به بیان انتگرالی داریم :

$$\int f(x)dx = g(x) \quad \rightarrow \quad g'(x) = f(x)$$

به عنوان مثال:

$$\int \cos x \; dx = \sin x \quad \Rightarrow \quad (\sin x)' = \cos x$$

$$\int \frac{dx}{x} = Ln|x| \quad \Rightarrow \quad (Ln\, x)' = \frac{1}{x}$$

تذکر مهم: یادتون باشه جواب انتگرال رو از هر روشی بدست بیارید (کمک از بغل دستی، نوشتن داخل ماشین حساب، هنرز فیری...) باید در قاعده بالا صدق کنه!!

مثال: فرض کنید در جلسه امتحان انتگرالی به صورت

$$\int \frac{2x^2+1}{x} dx$$

داده شده و بغل دستی شما جواب رو به صورت $g(x) = x^2 - Ln(x)$ بدست آورده! آیا به نظرتون جواب درسته؟

حل: خب کافیه از جواب مشتق بگیریم:

$$g(x) = x^2 - Ln(x) \;\Rightarrow\; g'(x) = 2x - \frac{1}{x} = \frac{2x^2-1}{x}$$

همونطور که می بینید جواب درست نیست! البته فقط یه منفی اشتباه داره و جواب درست به صورت $g(x) = x^2 + Ln(x)$ است.

نتیجه گیری اخلاقی: سعی کنید به معلومات خودتون تکیه کنید.

دو قانون مهم در انتگرال گیری

قانون اول

اگر یادتون باشه برای مشتق گیری از جمع و تفریق چند تابع کافیه از تک تک توابع جداگانه مشتق بگیریم. در اینجا برای انتگرال گیری هم به همین صورت عمل می کنیم یعنی اگر در جلوی انتگرال جمع یا تفریق چند تابع رو داشته باشیم برای تک تک توابع جداگانه انتگرال می نویسیم به بیان ریاضی داریم:

$$\int (f(x) \pm g(x) \pm \cdots) dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx \pm \cdots$$

به عنوان مثال:

$$\int (x^2 + 3x - 7)\, dx = \int x^2 dx + \int 3x\, dx - \int 7dx$$

<u>تذکر یک</u>: وقتی برای هر تابع جداگانه انتگرال رو نوشتید dx فراموش نشه!

<u>تذکر دو</u>: وقتی یکم حرفه ای شدید می تونید یکدفعه انتگرال گیری رو انجام بدید و دیگه نیازی به تفکیک انتگرال نیست.

و اما قانون دوم

اگر یک عدد ثابت (مانند k) در تابع جلوی انتگرال ضرب شده باشد می توان آن را از انتگرال بیرون آورد.

$$\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$$

اگه یادتون باشه همین قانون رو در مورد مشتق گیری هم داشتیم.

چند مثال:

$$(a)\int 5x\,dx = 5\int x\,dx \qquad (b)\int \frac{x^2}{3}dx = \frac{1}{3}\int x^2 dx$$

$$(c)\int tx^2 dx = t\int x^2 dx \qquad (d)\int tx^2 dt = x^2\int t\,dt$$

تفاوت انتگرال (c) و (d) رو متوجه شدید یا نه؟

توجه کنید در انتگرال (c) متغیر x هست (چون dx داریم) بنابراین t عدد ثابت محسوب می شه و از انتگرال بیرون میاد اما در انتگرال (d) متغیر t هست(چون dt داریم) بنابراین x^2 عدد ثابت محسوب می شه و از انتگرال بیرون میاد.

و اما قانون سوم و چهارم!

متاسفانه بعضی از بچه ها فکر می کنن برای انتگرال گیری از ضرب و تقسیم توابع هم (مثل مشتق) فرمول داریم اما متاسفانه چنین فرمولی وجود ندارد بنابراین روابط زیر اشتباه هستند:

$$\int f(x).g(x)dx \neq (\int f(x)dx)(\int g(x)dx)$$

$$\int \frac{f(x)}{g(x)}dx \neq \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}$$

بنابراین قانون سوم و چهارمی وجود ندارد!! ☹

مثال: انتگرال های داده شده را برای انتگرال گیری آماده کنید!

$a) \int (5s^2 - 3\cos x)\, dx$ $\qquad$ $b) \int \left(\frac{3x^4}{5} + \frac{2}{x} + 7\right) dx$

$c) \int e^{x+y}\, dx$ $\qquad$ $d) \int \frac{5x^2+3}{x} dx$

حل:

$$a) \int (5s^2 - 3\cos x)\, dx = \int 5s^2 dx - \int 3\cos x\, dx = 5s^2 \int dx - 3\int \cos x\, dx$$

$$b) \int \left(\frac{3x^4}{5} + \frac{2}{x} + 7\right) dx = \int \frac{3x^4}{5} dx + \int \frac{2}{x} dx + \int 7\, dx = \frac{3}{5}\int x^4\, dx + 2\int \frac{1}{x} dx + 7\int dx$$

$$c) \int e^{x+y}\, dx = \int e^y e^x\, dx = e^y \int e^x dx$$

$$d) \int \frac{5x^2+3}{x} dx = \int \frac{5x^2}{x} dx + \int \frac{3}{x} dx = 5\int x\, dx + 3\int \frac{1}{x}\, dx$$

تذکر: می دونم همتون بلدید ولی برای یادآوری:

$$\frac{3x^4}{5} = \frac{3}{5}x^4 \quad , \quad \frac{2}{x} = 2\frac{1}{x} \quad , \quad \frac{x+3}{7} = \frac{1}{7}(x+3)$$

به همین صورت میتونیم بنویسیم:

$$\frac{x+\cos x}{5} = \frac{1}{5}(x + cos\, x) \quad \text{یا} \quad \frac{x + cos\, x}{5} = \frac{x}{5} + \frac{cos\, x}{5} = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}cos\, x$$

ممکنه این نکاتی رو که گفتم خیلی پیش پا افتاده به نظرتون بیاد اما تجربه نشون داده که عدم توجه به همین نکات ساده منشاء اکثر اشتباهات در انتگرال گیری بوده و خواهد بود!!