

انواع سیگنال در حالت کلی:

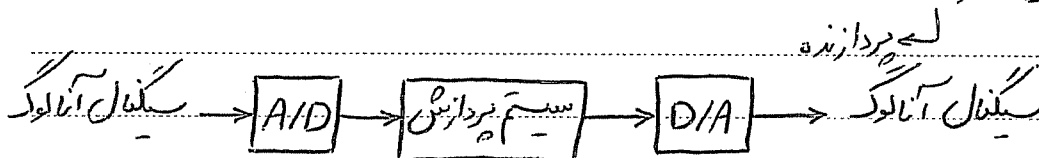
آنالوگ ← زمان پیوسته - دامنه پیوسته
زمان گسسته ← زمان گسسته - دامنه پیوسته
دیجیتال ← زمان گسسته - دامنه گسسته

مثال: یک سیستم تلفنی ← نمونه برداری: ۸ KHZ
کوانتیزه کردن: ۸ bit
۶۴ kbps ←

سیستم پردازش: یک عنصر فیزیکی که بر روی دسته ای از سیگنال ها پردازش انجام می دهد و دستهای دیگر از سیگنال ها را تولید می کند.
دیجیتال
آنالوگ



پردازنده های دیجیتال (DSP) و FPGA, DSP ...



در A/D ها با افزایش فرکانس نمونه برداری ← کاهش رزولوشن دامنه (سطوح کوانتیزاسیون، تعداد بیت)

DSP ← رُبطه سلفرو اما با قابلیت های بیست (دانش چندهند و امکان پردازش موازی - دانش بلوک FFT و ...)

مزایای سیستم های دیجیتال در برابر سیستم های آنالوگ:

- (۱) فشرده سازی - رمز کردن
- (۲) تعاقبت در برابر نویز (بدلیل کوانتیزه بودن)
- (۳) سادگی طراحی سخت افزار ← انعطاف پذیری
- (۴) ذخیره سازی ← خیلی مهم

مخاطب :

- (۱) ترنهای باند
(۲) هزینه اضافی برای A/D و D/A
(۳) خطای کوآنتیزاسیون ← بسط به جمع سدها نویز با سیگنال اصلی (برای مدل کردن)

شروع جلسه

5

سیگنال های گسسته
سیگنال های خنثی $x[n] \in \mathbb{C}$ $n \in \mathbb{Z}$
سیگنال های حقیقی $\in \mathbb{R}$

$$x = \{\dots, e^j, 0, 1, 2, \dots\}$$

سیگنال های خاص:
تابع دلتای گسسته
پیمایش های حالت پیوسته را ندارد.

$$x[n] = \delta[n] = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

تذکره: هر سیگنال گسسته قابل تعریف به صورت مجموعی از توابع دلتای گسسته است.

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n-k]$$

سیگنال به واحد

$$x[n] = u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad \delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

سیگنال های نمایی

$$x[n] = A \alpha^n \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

سیگنال نمایی حقیقی

سیگنال نمایی مختلط $x[n] = A \alpha^n \quad \alpha \in \mathbb{C}$

$\angle A \triangleq \varphi \quad \angle \alpha \triangleq \omega_0$

$$x[n] = |A| e^{j\varphi} | \alpha |^n e^{jn\varphi} = |A| | \alpha |^n [\cos(\omega_0 n + \varphi) + j \sin(\omega_0 n + \varphi)]$$

$$x[n+N] = x[n] \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad N \in \mathbb{Z}$$

تناوب در یک سیگنال گسسته

در سیگنال های گسسته دوره تناوب هر عددی نمی تواند باشد ← محدودیت فرکانس

$$\omega_0 N = 2\pi K \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi K}{N}$$

سیگنال هایی مختلط تنها در شرایط تناوب است که
(با فرض $|x| = 1$)

$$N = \frac{2\pi K}{\omega_0}$$

باید $\frac{2\pi}{\omega_0}$ یک عدد گویا باشد

$$-\pi < \omega_0 \leq \pi$$

رنگار سیگنال در $\omega_0 + 2\pi K$ با ω_0 یکسان است ←

$$\omega_0 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow N = 8$$

لرزه دایره بازه $(0, \pi)$ با افزایش ω_0 دوره تناوب کاهش می یابد.

$$\omega_0 = \frac{3\pi}{8} \Rightarrow N = 16$$

$$\omega_0 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow N = 8$$

اما به وضوح سرعت تغییر سیگنال با $\omega_0 = \frac{3\pi}{8}$ بیشتر از $\omega_0 = \frac{\pi}{4}$ می باشد.

$$\omega_0 \text{ حول } \pm \pi \leftarrow \text{فرکانس بالا}$$

ω_0 حول صفر ← فرکانس پایین

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

انرژی سیگنال گسسته $E_x < \infty \leftarrow$ سیگنال انرژی

$$P_x = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2$$

توان سیگنال گسسته $\lim_{N \rightarrow \infty} P_x < \infty \leftarrow$ سیگنال توان

سیستم های زمان گسسته:

$$x[n] \rightarrow \boxed{T\{\}} \rightarrow y[n] \quad y[n] = T\{x[n]\}$$

$$T\{ax_1[n] + bx_2[n]\} = a \underbrace{T\{x_1[n]\}}_{y_1[n]} + b \underbrace{T\{x_2[n]\}}_{y_2[n]}$$

سیستم خطی

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n-k]$$

برای یک سیستم خطی می توان نوشت:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] T\{\delta[n-k]\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h_k[n]$$

پاسخ سیستم T به ضرب در لحظه k

5

سیستم های تغییرانپذیر با زمان (TI): هر کیفیت زمانی در ورودی دقیقاً در خروجی به صورت یک کیفیت زمانی ظاهر گردد.

$$\delta[n] \xrightarrow{T} h[n]$$

$$\delta[n-k] \xrightarrow{T} h[n-k]$$

10

سیستم scale کردن: $y[n] = x[n]$ مثال برای سیستم غیر LTI

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n-k]$$

در سیستم های خطی تغییرانپذیر با زمان (LTI)

1/2

$h[n]$ پاسخ سیستم به ورودی $\delta[n]$

رابطه کانولوشن

15

$$y[n] = x[n] * h[n] \\ = h[n] * x[n]$$

$$x[n] \rightarrow [h[n]] \rightarrow y_1[n]$$

$$y_1[n] = y_2[n]$$

$$h[n] \rightarrow [x[n]] \rightarrow y_2[n]$$

20

$$x[n] \rightarrow [h_1[n]] \rightarrow [h_2[n]] \rightarrow y[n] = x[n] * h_1[n] * h_2[n]$$

ایگان جابجایی سیستم های سری

$$x[n] \rightarrow \begin{cases} h_1[n] \\ h_2[n] \end{cases} \rightarrow y[n] = (h_1[n] + h_2[n]) * x[n] \\ = h_1[n] * x[n] + h_2[n] * x[n]$$

25

سیستم پایدار، گویم هرگاه $|x[n]| < \infty \Rightarrow |y[n]| < \infty \quad \forall n$: پایداری سیستم LTI

مطلقاً جمع پذیر: $\sum_{K=-\infty}^{\infty} |h[K]| < \infty$ شرط کافی پایداری

$$|y[n]| = \left| \sum_{K=-\infty}^{\infty} x[K] h[n-K] \right| \leq \underbrace{\sum_{K=-\infty}^{\infty} |x[K]|}_{\leq M} |h[n-K]| \leq M \sum_{K=-\infty}^{\infty} |h[n-K]|$$

نیز شرط: $|y[n]| = \sum_{K=-\infty}^{\infty} |h[K]|$ نامحدود

$$x[n] = \begin{cases} \frac{h^*[C-n]}{|h[C-n]|} & h[n] \neq 0 \\ 0 & h[n] = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

اگر سیستمی مطلقاً جمع پذیر نباشد می توان با تعریف ورودی فوق نشان داد که خروجی در لحظه $n=0$ محدود نمی گردد و لذا سیستم پایدار نیست.

تذکره: مطلقاً جمع پذیر بودن شرط لازم و کافی برای پایداری است.

علیت: اگر سیستمی در لحظه $n=n_0$ صرفاً به ورودی های همان لحظه و ماقبل $n=n_0$ وابسته باشد، سیستم را علی گویند.

$$y[n] = \sum_{K=-\infty}^{\infty} x[n-K] h[K] = \underbrace{\sum_{K=-\infty}^{-1} x[n-K] h[K]}_{\text{قسمت علی پاسخ (به ماقبل وابسته است)}} + \underbrace{\sum_{K=0}^{\infty} x[n-K] h[K]}_{\text{قسمت علی پاسخ (به زمان های آینده وابسته است)}}$$

قسمت علی پاسخ (به ماقبل وابسته است) پاسخ غیر علی (به زمان های آینده وابسته است)

برای علی بودن باید این قسمت برابر صفر گردد $\Rightarrow \forall K < 0, h[K] = 0$

مثال: Ideal Delay $h[n] = \delta[n-n_d]$ $n_d \geq 0$ علی
 $y[n] = x[n-n_d]$ $n_d < 0$ ضد علی

سیستم Moving Average $h[n] = \frac{1}{M_1+M_2+1} \sum_{K=-M_1}^{M_2} \delta[n-K]$ $M_1 \neq 0$ غیر علی

95

سیستم Forward Diff. $h[n] = \delta[n+1] - \delta[n]$ غیر علی