

۴- حد دنباله $\left\{ \frac{1}{\sqrt{n^2+1^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2^2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n^2}} \right\}$ ، کدام است؟

(۱) $\ln(2\sqrt{2}-1)$

(۲) $\ln(\sqrt{2} + \frac{1}{2})$

(۳) $\ln(2\sqrt{2} - \frac{1}{2})$

(۴) $\ln(\sqrt{2} + 1)$

۵- در یک کره به شعاع ۵cm ، حفره‌ای استوانه‌ای به طول ۳cm ، به طوری ایجاد می‌کنیم که محور استوانه یکی از قطرهای کره باشد. حجم قسمت باقی‌مانده از کره کدام است؟

(۱) 2π

(۲) 4π

(۳) $\frac{9\pi}{2}$

(۴) $\frac{11\pi}{3}$

۶- کدام گزینه در مورد حدهای توابع زیر وقتی $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ به ترتیب صحیح است؟

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x-y)}{|x|+|y|} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}, \quad g(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(۱) $f(x, y)$ در $(0, 0)$ حد ندارد - حد $g(x, y)$ در $(0, 0)$ برابر با یک است.

(۲) $f(x, y)$ و $g(x, y)$ هر دو در $(0, 0)$ حدی برابر با یک دارند.

(۳) حد $f(x, y)$ در $(0, 0)$ برابر با یک است - $g(x, y)$ در $(0, 0)$ حد ندارد.

(۴) $f(x, y)$ و $g(x, y)$ هر دو در $(0, 0)$ حد ندارند.

۷- بیشترین مقدار تابع $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 4(x+y+z)$ در بین نقاط واقع بر سطح کره‌ای به شعاع ۴ حول مبدأ کدام است؟

(۱) $16(1+\sqrt{2})$

(۲) $16(1+\sqrt{3})$

(۳) $16(1+\frac{\sqrt{3}}{2})$

(۴) $16(1+\frac{\sqrt{2}}{2})$

۸- مقدار انتگرال $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x|-|y|} dx dy$ ، کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) ۰

۹- مقدار انتگرال $\int_{-\sqrt{12}}^{\sqrt{12}} \int_{-\sqrt{12-x^2}}^{\sqrt{12-x^2}} \int_z^{\sqrt{16-x^2-y^2}} \frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} dz dy dx$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) π (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{3}$

۱۰- فرض کنید C منحنی حاصل از برخورد صفحه $y+z=2$ با $x^2+y^2=1$ باشد که در جهت مثلثاتی در نظر گرفته

می‌شود. هرگاه از بالا به منحنی C نگاه کنیم، مقدار $\oint_C z dx + (x + e^{y^2}) dy + (y + e^{z^2}) dz$ ، کدام است؟

(۱) 2π (۲) π (۳) $\frac{\pi}{2}$

(۴) ۰

۱۱- در مسئله مقدار اولیه $y' = 2y^2 + xy^2$ ، $y(0) = 1$ ، در نقطه‌ای که در آن مقدار y' صفر است، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) نقطه عطف جواب است.

(۲) نقطه مینیمم جواب است.

(۳) نقطه ماکزیمم جواب است.

(۴) نقطه‌ای که در آن y' صفر شود وجود ندارد.

۱۲- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{y+x}$ ، کدام است؟

$$\frac{1}{2} \ln(y^2 + xy + x^2) + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \frac{2y+x}{x\sqrt{3}} = C \quad (1)$$

$$\ln(y^2 + xy + x^2) + \arctan \frac{2y+x}{x\sqrt{3}} = C \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \ln(y^2 - xy + x^2) + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \frac{2y+x}{x\sqrt{3}} = C \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \ln(y^2 + xy + x^2) + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \frac{2y+x}{x} = C \quad (4)$$