



دانشکده علوم ریاضی  
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا  
ریاضی مهندسی

تمرین های سری هشتم

۱. قسمت حقیقی و موهومی تابع  $f(z) = \frac{1}{z} + z$  را پیدا کنید.

۲. حد زیر را در صورت وجود حساب کنید.

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\bar{z}}{z}$$

۳. مجموعه نقاطی را که تابع  $f(z) = \text{Im} \frac{z}{z-1}$  در آن ها پیوسته است، مشخص کنید.

۴. بزرگترین میدانی را که تابع  $f(z) = \frac{z^2-4}{z^2-2z-2}$  روی آن تحلیلی است، پیدا کنید و سپس فرمول مشتق آن را به دست آورید.

۵. مشتق تابع تحلیلی  $f$  با ضابطه

$$f(z) = x^2 - y^2 + \frac{x}{x^2 + y^2} + iv(x, y)$$

را به دست آورید.

۶. تعیین کنید تابع  $f$  با ضابطه

$$f(z) = e^{\sqrt{x}} \cos \sqrt{y} + ie^{\sqrt{x}} \sin \sqrt{y}$$

در کدام نقاط  $\mathbb{C}$  مشتق پذیر است.

۷. تابه پیوسته  $f$  با دامنه  $\mathbb{C}$  را طوری تعیین کنید که روی هذلولی  $x^2 - y^2 = 1$  مشتق پذیر باشد، اما در سایر نقاط  $\mathbb{C}$  مشتق پذیر نباشد.

۸. ثابت کنید تابع  $f$  با ضابطه  $f(z) = \sqrt[n]{r} e^{i\frac{\theta}{n}}$  روی

$$\{(r, \theta) : r > 0, 0 < \theta < \pi\}$$

تحلیلی است  $(n \in \mathbb{N})$ .

۹. ثابت کنید تابع  $u$  با ضابطه

$$u(x, y) = -2 - x^2 + 2xy^2 + \sinh x \sin y$$

همساز است و مزدوج همساز آن را بیابید.

۱۰. ثابت کنید تابع  $u$  با ضابطه  $u(x, y) = y^2 - 2x^2y$  همساز است و مزدوج همساز آن را به دست آورید.