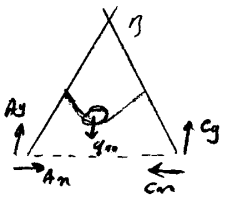
روش اول: چون در جهت y تقارن داریم پس :

$$A_y = C_y = \frac{600}{2} = 300\,\ell b$$

روش دوم :دیاگرام آزاد کل را رسم می‌کنیم:

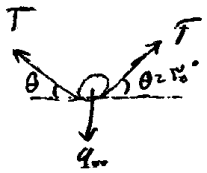


$$\sum M_C = 0 \;\Rightarrow\; Ay(10) - 600(5) = 0 \;\Rightarrow\; A_y = 300\ell b$$

$$\sum F_y = 0 \;\Rightarrow\; -600 + A_y + C_y = 0 \;\Rightarrow\; C_y = -300\ell b$$

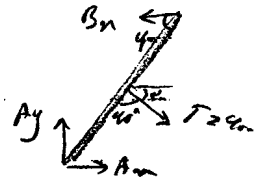
$\sum F_x = 0 \;\Rightarrow\; A_x = C_x$ فعلاً در دسترس نیست.

حال دیاگرام آزاد جزء روی عضو AB را محاسبه می‌کنیم. قبل از آن از دیاگرام آزاد قرقره مقدار T استخراج می‌شود.



$$\sum F_y = 0 \;\Rightarrow\; -600 + 2T\cos 60 = 0 \;\Rightarrow\; T = 600\,\ell b$$

به علت تضاد تقارن و قانون سوم نیوتن $B_y = 0$ است. (قبلاً به طور جامع بحث شد)



$$\sum M_B = 0 \;\Rightarrow\; 600(5) - 300(5) + A_x(8066) = 0 \Rightarrow$$

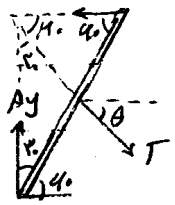
$$A_x = 173.2\,\ell b \;\rightarrow\; C_x = 173.2$$

$$\sum F_x = 0 \;\Rightarrow\; 600\cos 30 + A_x - B_x = 0 \Rightarrow$$

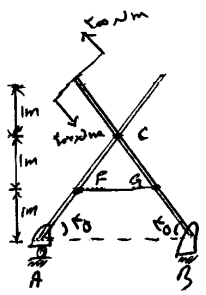
$$B_x = 346.4\ell b$$

$$R_B = \sqrt{\cancel{B_y^2}_{0} + B_x^2} = B_x \;\Rightarrow\; R_B = 346.4\,\ell b$$

ب) عضو سه نیرویی است پس $\theta = 60$ است.



مثال: نیروی کل مفصل C چقدر است؟ دقت شود که سیستم نسبت به Y در حال تعادل نیست (برخلاف مثال قبل)



یادداشت:

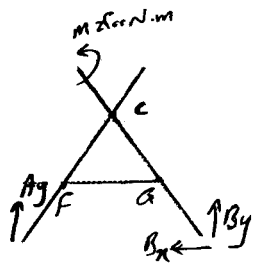
.....

.....

.....

.....

لذا C_y وجود دارد. دیاگرام آزاد کل را رسم می‌کنیم:

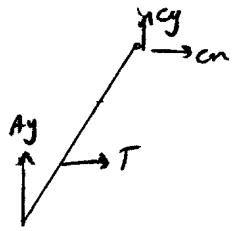


$$\sum F_x = 0 \;\Rightarrow\; B_x = 0$$

$$\sum M_B = 0 \;\Rightarrow\; A_y(4) - 200 = 0 \;\Rightarrow\; A_y = 50\text{N}$$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow B_y = -50\text{N}$ جهت نیروی B_y باید عوض شود

حال دیاگرام آزاد جزء را رسم می‌کنیم:



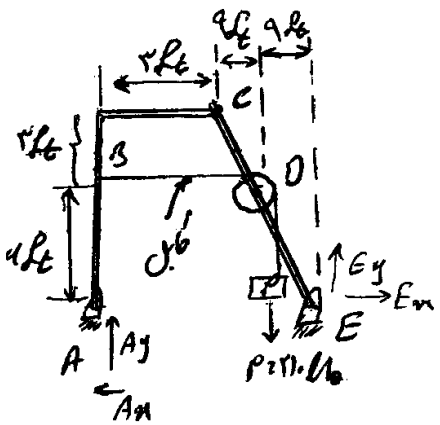
$$\sum M_e = 0 \;\Rightarrow\; A_y(2) - T(1) = 0 \;\Rightarrow\; T = 100\text{N}$$

$\sum F_y = 0 \;\Rightarrow\; C_y + A_y = 0 \;\Rightarrow\; C_y = -50\text{N}$ جهت باید عوض شود

$\sum F_x = 0 \;\Rightarrow\; C_x + T = 0 \;\Rightarrow\; C_x = -100\text{N}$ جهت باید عوض شود

$$R_C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = 50\sqrt{5}\ \text{N}$$

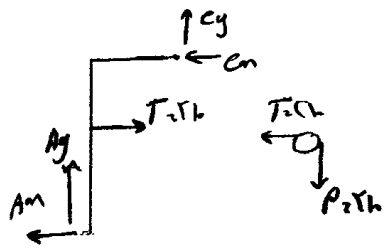
مثال: شعاع قرقره $1.5\,\text{ft}$ است. اصطکاک قرقره صفر است. عکس‌العمل تکیه‌گاه‌های A و E کدام است؟ $(P = 210\ell b)$



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_y(21) - (210)(13.5) = 0 \Rightarrow E_y = 135\ell b$$

$$\sum F_y = 0 \;\Rightarrow\; A_y - 210 + 135 = 0 \;\Rightarrow$$

$$A_y = 75\,\ell b$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x - E_x = 0 \Rightarrow A_x = E_x$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow -A_x(9) - (75\times 2) + (210\times 3) = 0 \Rightarrow$$

$$A_x = 45\ell b \;\Rightarrow\; E_x = 45\,\ell b$$

یادداشت:

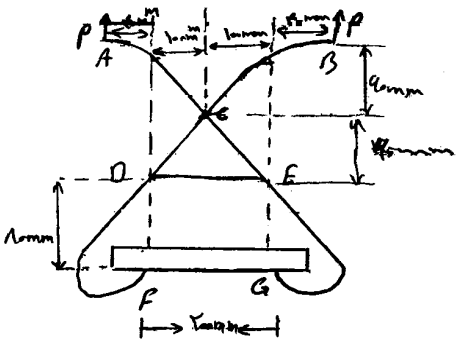
.....

.....

.....

.....

مثال: از یک چنگک صنعتی برای بالا بردن یک جسم با نیروی $100\,N$ استفاده شده است. تعیین کنید نیروی کل وارد بر مفصل C را اگر این نیرو برابر با نیروی وارد بر عضو DE باشد.



$$2P = 100 \;\Rightarrow\; P = 50\,N$$

حال دیاگرام آزاد کل :

$$\sum F_x = 0 \;\Rightarrow\; G_x = F_x$$

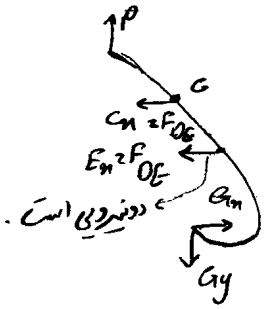
$$\sum F_y = 0 \;\Rightarrow\; F_y + G_y = 2P$$

به علت تقارن یا از روش فعال گیری نسبت به F_3 یا G داریم که:

$$F_y = G_y = P = 50\,N$$

حال دیاگرام آزاد جزء

باید دقت شود که طبق مطالب قبل $C_y = 0$ است.



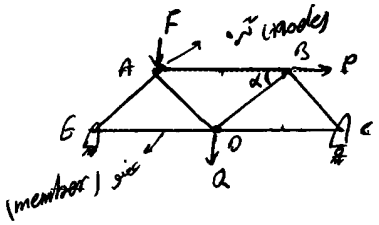
$$\sum M_G = 0 \;\Rightarrow\; P(240) - C_x(140) - F_{DE}(80) = 0$$

$$\Rightarrow\; F_{DE} = 54.4\,N$$

$$C_x = F_{DE} = 54.4\,N \;\Rightarrow\; R_C = \sqrt{0^2 + (54.4)^{2^1}} = 54.4N$$

خرپاها

در خرپاها اعضاء به یکدیگر در محل گره یا مفصل جوش یا پیچ شده‌اند.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....

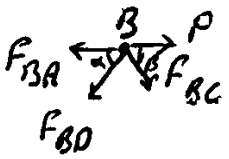
[تعداد عضو : m و تعداد گره :n] $m = 2n - 3$ (برای شرایط پایداری)

مثلاً در شکل بالا داریم: $n = 5 \Rightarrow m = 7$

*خرپاها اعضای باریکی محسوب می‌شود که در بدنه به آن‌ها نیرو وارد نمی‌شود، یا به عبارت بهتر تمام اعضاء، به عنوان اعضای دو نیرویی محسوب می‌شود، به طوری که هنگام رسم دیاگرام آزاد جزء هیچ گونه ممان داخلی در محل گره به آن‌ها اعمال نمی‌شود.

دیاگرام آزاد در محل گره‌ی B به صورت است :

یعنی چون اعضاء دو نیرویی‌اند نیروها در امتداد اعضاست.



حال دو معادله‌ی تعادل را در مفصل B می‌توان نوشت. (رابطه‌ی $\sum M = 0$ همواره برقرار است. زیرا همه‌ی نیروها از B می‌گذرند و این رابطه معادله مفید محسوب نمی‌شود.

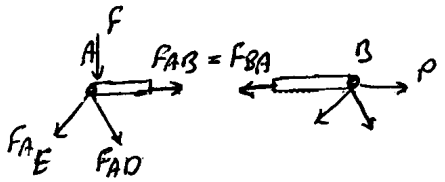
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow$$

$$P - F_{BA} + F_{BD}\cos\alpha - FB_C\cos\beta = 0$$

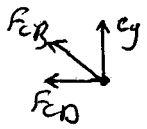
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 0 + 0 - F_{BD}\sin\alpha - F_{BC}\sin\beta = 0$$

تذکر: اگر در یک مفصل ماکزیمم دو نیرو مجهول باشد می‌توان آن مجهولات را به دست آورد زیرا فقط در معادله‌ی تعادل در یک مفصل در دسترس است.

اگر نیروی وارد بر اعضا در معادلات بالا منفی محاسبه شد باید جهت عوض شود.



حال در مفصل A دو رابطه‌ی تعادل $\sum F_x = 0$ و $\sum F_y = 0$ نوشته می‌شود.



نتیجه‌گیری

اصولاً در خرپاها مجهول مسأله نیروهای داخلی وارد بر اعضای می‌باشد که برای به دست آوردن آن‌ها ابتدا با رسم دیاگرام آزاد نیروهای عکس‌العمل تکیه‌گاه را به دست می‌آوریم سپس برای محاسبه نیروهای داخلی دو روش وجود دارد.

۱)روش مفاصل

یادداشت:

.....

.....

.....

.....

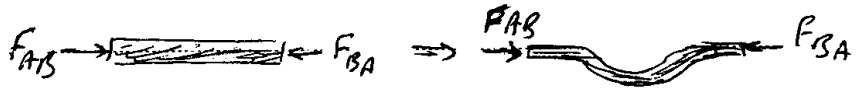
۲) روش مقاطع

در روش مفاصل با نوشتن روابط تعادل در مفصل‌ها مجهول مسأله به دست می‌آید. مانند مثال قبل. اگر در یک مفصل ماکزیمم دو مجهول وجود داشت. روش مفاصل در اولویت است. پس از محاسبه‌ی نیروهای داخلی وارد بر اعضا از مقاومت مصالح تیر تنش‌ها در آن‌ها کنترل می‌شود. به طور یکه مثلاً در مثال قبل وقتی که F_{BA} در عضو AB محاسبه شد تنش به صورت زیر کنترل می‌شود:

S_y مقاومت حد یا مقاومت تسلیم است که به جنس ماده وابسته است.

$$\text{تنش} = \frac{F_B A}{\text{سطح مقطع}} \le S_y$$

همچنین بایستی سعی شود که اعضاء تحت بار فشاری قرار نگیرند. زیرا امکان ایجاد کمانش در آن‌ها ایجاد می‌شود.

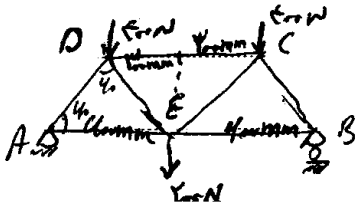


هدف خرپاها: محاسبه‌ی نیروی داخلی در اعضا می‌باشد که برای حل دو روش داریم:

۱)روش مفاصل

۲) روش مقاطع

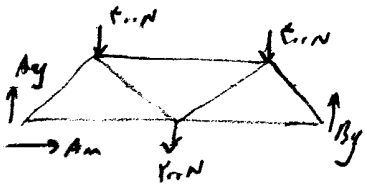
اگر با حل یک مفصل به مجهول مسأله رسیدیم بهتر است از روش مفاصل استفاده کنیم در غیر این صورت از روش مقاطع استفاده می‌کنیم. مثلاً در شکل زیر نیروی وارد بر عضو CD مجهول است.



۱) روش مفصل: با حل مفصل D نمی‌توان F_{DC} را به دست آورد زیرا در مفصل D سه مجهول وجود دارد. لذا ابتدا از مفصل A شروع می‌کنیم. برای این کار از دیاگرام آزاد عکس‌العمل است.

می‌آوریم :

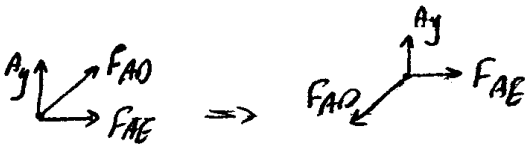
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow -400(300) - 200(600) - 400(600) + A_y(1200) = 0 \Rightarrow$$

$$A_y = 500$$

حال مفصل A را به دست می‌آوریم.



یادداشت:

.....

.....

.....

.....