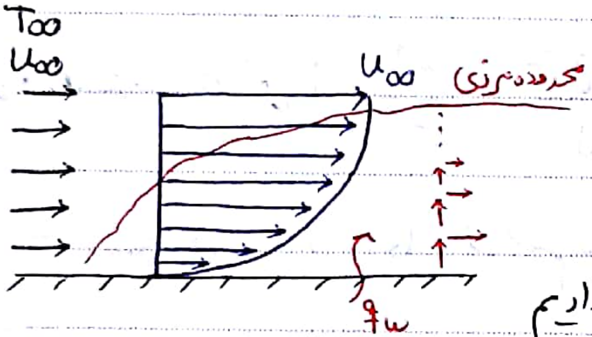
۲ : ضریب هدایت حرارتی ( $[K] = \frac{w}{m.°C}$ )

(I) به صورت تجربی بدست می آید (II) برای فشارهای معمولی گفته می شود صرفاً تابع دماست

(III) برای گاز ها گفته شده که $K \propto \sqrt{T}$ است

2- انتقال حرارت جابجایی : با جابه جا شدن ماده شاهد انتقال حرارت خواهیم بود و زمانی




امکان پذیر است که جزء حرکت دهنده یک سیال باشد.

* بیرون محدوده ی مرزی سیالاتی

سطحی داغ با دمای $T_w$ داریم

هیچ تغییر سرعتی نداریم و $q_w$ حرارتی است که اولین لایه با مکانیزم صرفاً هدایتی دریافت می کند.

* چون انتقال حرارت اولین لایه (چون سرعتش صفر است) با سطح فقط به صورت هدایتی است

سپس حرارت باز هم به صورت هدایتی از لایه ی اول به لایه ی دوم منتقل می شود در لایه دوم

به واسطه ی سرعتی که این لایه دارد بخشی از حرارت را با مکانیزم هدایتی به لایه سوم منتقل می کند

و مابقی را با خود می برد و ... این انتقال حرارت مادامیکه اختلاف دما بین دو لایه متوالی

وجود داشته باشد ، از یک لایه به لایه بالایی منتقل می شود. مجموع کل حرارت هایی که لایه های

مختلف در جهت حرکت منتقل می کنند برابر است با :

## رابطه سرد شدن نیوتن

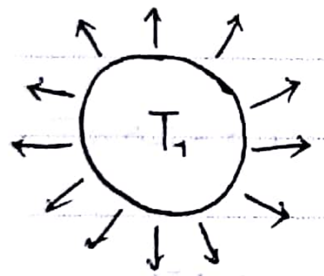
$$\boxed{q_c = hA(T_w - T_\infty)}$$

A: سطحی که عمود بر $q_w$ یا سطحی که سیال از آن عبور می‌کند

h: ضریب انتقال حرارت جابجایی $[h] = \frac{w}{m^2 \, °C}$

$T_\infty$: دمای جریان آزادی که بیرون لایه مرزی است

انتقال حرارت جابه‌جایی:
- جابه‌جایی اجباری
- جابه‌جایی آزاد یا طبیعی



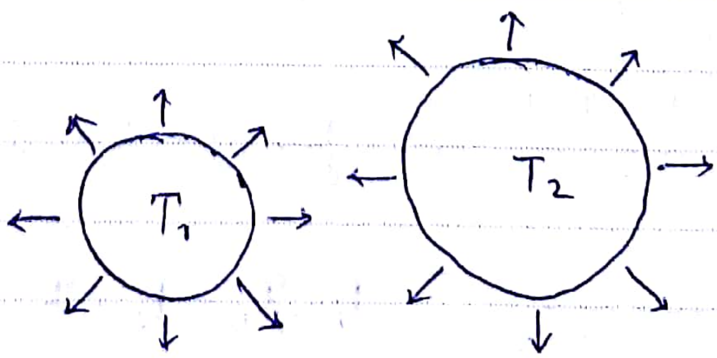

3- **انتقال حرارت تابشی**: در انتقال حرارت هدایتی ما نیاز به اختلاف دما در دو نقطه از یک ماده داریم در جابجایی هم انتقال حرارت به وسیله جابجایی ماده صورت می‌گیرد در تابش الزامی به حضور ماده نیست و ممکن است انتقال حرارت در خلأ کامل نیز انجام شود که در این حالت سازوکار انتقال تابش الکترومغناطیس است هر جسمی در هر دمایی از خود حرارت تشعشع می‌کند و این حرارت برابر است با:

$[\sigma] = \frac{w}{m^2 K^4}$ ‏ $5.669\times10^{-8}$ ثابت استفان-بولتزمن

معادله برای تابش جسم سیاه

$$\boxed{q = \sigma A T_1^4}$$

دمای مطلق




$$\frac{q_{net}}{A} \sim \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

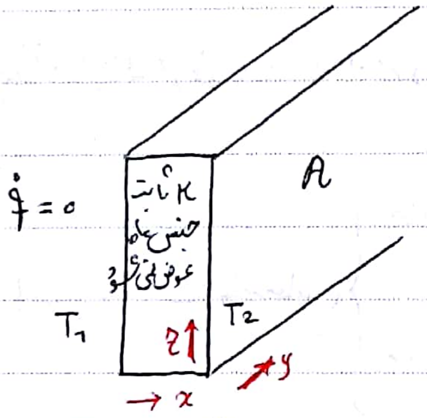
دمای مطلق

$T_1 > T_2$

# انتقال حرارت پایای یک بعدی

فصل ۱ کتاب هولمن همین مقدماتی بود که تا اینجا مطرح شد

فصل 2، 3، و 4 ← انتقال حرارت هدایتی    فصل 5، 6 ← انتقال حرارت جابجایی اجباری    فصل 7 ← انتقال حرارت جابجایی آزاد




## انتقال حرارت هدایتی پایا - یک بعدی در دستگاه کارتزین:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \cancel{\frac{\dot{q}}{k}} = \frac{1}{\alpha}\cancel{\frac{\partial T}{\partial t}} \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

$\dot{q}=0$    st-st


$$\frac{dq_x}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow q_x = cte$$

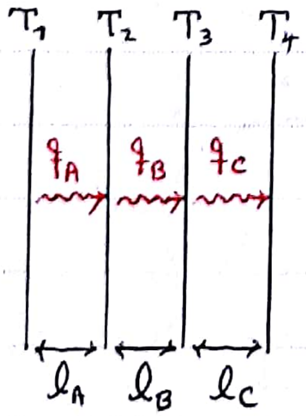
$$\Rightarrow -KA\frac{dT}{dx} = q \Rightarrow q\,dx = -KA\,dT$$

$$\Rightarrow \boxed{q = \frac{KA(T_1 - T_2)}{\Delta x}} \quad (I)$$

① اگر K ثابت نباشد "مثلاً" $K = K_0(1+\beta T)$ داریم:

$$q = \frac{-K_0 A}{\Delta x}\left[(T_2 - T_1) + \frac{\beta}{2}(T_2^2 - T_1^2)\right]$$

② اگر در طول صفحه جنس ماده عوض شود یعنی داشته باشیم:




می خواهیم ببینیم چقدر حرارت از سمت گرم تر به سمت سردتر منتقل می شود

از آنجایی که شرایط پایا می باشد داریم: $q_A = q_B = q_C = q$

$$\left.\begin{aligned} q_A &= \frac{K_A A'(T_1 - T_2)}{l_A} \\ q_B &= \frac{K_B A'(T_2 - T_3)}{l_B} \\ q_C &= \frac{K_C A'(T_3 - T_4)}{l_C} \end{aligned}\right\} \; q = \frac{K_A A'(T_1 - T_2)}{l_A} = \frac{K_B A'(T_2 - T_3)}{l_B} = \frac{K_C A'(T_3 - T_4)}{l_C}$$

$$T_2 = T_1 - \frac{q\, l_A}{K_A A'} \;,\; T_3 = T_4 + \frac{q\, l_C}{K_C A'}$$

$$\Rightarrow q = \frac{K_B A'(T_2 - T_3)}{l_B} = \frac{K_B A'}{l_B}\left(T_1 - T_4 - \frac{q\, l_C}{K_C A'} - \frac{q\, l_A}{K_A A'}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{q = \frac{T_1 - T_4}{\dfrac{l_A}{K_A A'} + \dfrac{l_B}{K_B A'} + \dfrac{l_C}{K_C A'}}} \quad (\mathrm{II})$$

مجدداً رابطه I را می‌نویسیم:

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\dfrac{\Delta x}{K \cdot A}} \qquad T_1 \xrightarrow[q]{R_{th}} T_2$$

طبق رابطه‌ی اُهم داریم:

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R} \qquad V_1 \xrightarrow[I]{R} V_2$$

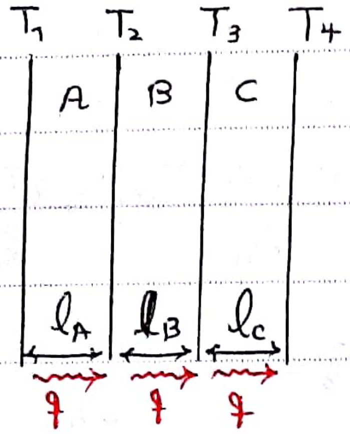
حال می‌خواهیم تشابه‌سازی کنیم:

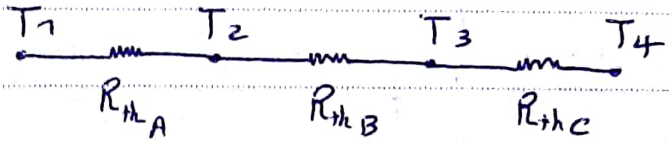
$$\begin{cases} q \longrightarrow I \;,\; T_1 - T_2 \longrightarrow V_1 - V_2 \\ \dfrac{\Delta x}{K \cdot A} \longrightarrow R \end{cases}$$

لذا داریم:

$$\boxed{R_{th} = \frac{\Delta x}{K \cdot A}} \quad (\mathrm{III}) \qquad T_1 \xrightarrow{R_{th}} T_2$$

مجدداً رابطه II را می‌نویسیم و تشابه‌سازی را برای این رابطه بررسی می‌کنیم:



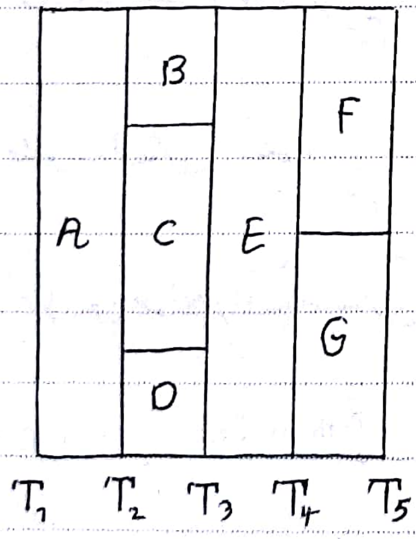

از آنجایی که $R_{th}$ ها سری هستند پس $q = \dfrac{T_1 - T_4}{(R_{th})_{equal}}$

مقاومت معادل آنها برابر با مجموع آنها می باشد یعنی: $(R_{th})_{equal} = R_{th_A} + R_{th_B} + R_{th_C}$

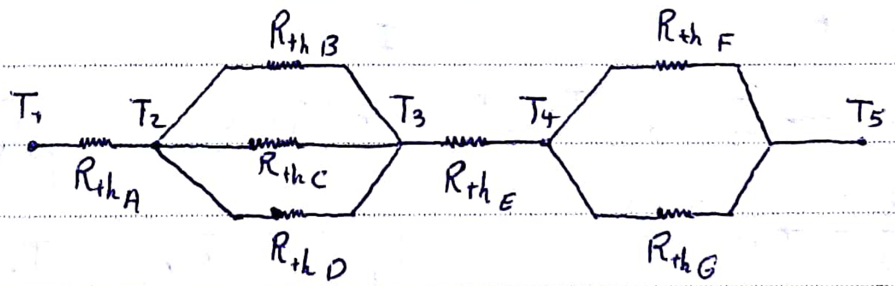
و با توجه به رابطه III : $R_{th_A} = \dfrac{l_A}{K_A \cdot A'}$ , $R_{th_B} = \dfrac{l_B}{K_B \cdot A'}$ , $R_{th_C} = \dfrac{l_C}{K_C \cdot A'}$

$$\Rightarrow q = \frac{T_1 - T_4}{\dfrac{l_A}{K_A \cdot A'} + \dfrac{l_B}{K_B \cdot A'} + \dfrac{l_C}{K_C \cdot A'}}$$

مثال ۶) در شکل زیر داریم:




حل:



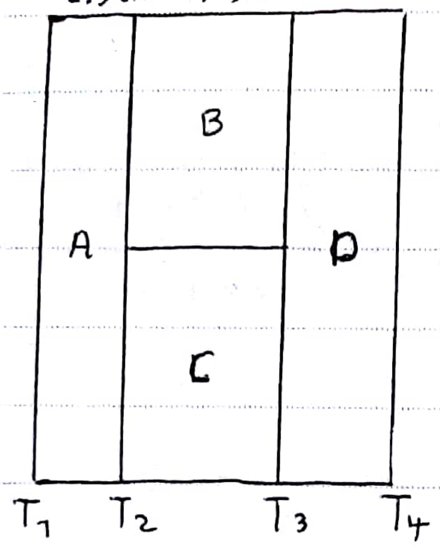

$$(R_{th})_{equal} = R_{th_A} + \frac{R_{th_B} \cdot R_{th_C} \cdot R_{th_D}}{R_B \cdot R_C + R_B \cdot R_D + R_C \cdot R_D} + R_{th_E} + \frac{R_{th_F} \cdot R_{th_G}}{R_F + R_G}$$

همچنین با توجه به شکل مشهود است که:

$$4A_B = 4A_D = 2A_C = 2A_F = 2A_G = A_A = A_E = A'$$

و با استفاده از روابط $R_{th_i} = \frac{\Delta x_i}{K_i \cdot A_i}$ ، $q = \frac{T_1 - T_5}{(R_{th})_{equal}}$ ، $q$ بدست می‌آید.

مثال 2) در شکل زیر $q$ را بیابید.




$K_A = 150 \ \frac{w}{m \cdot {}^\circ C}$

$K_B = 30$ "

$K_C = 50$ "

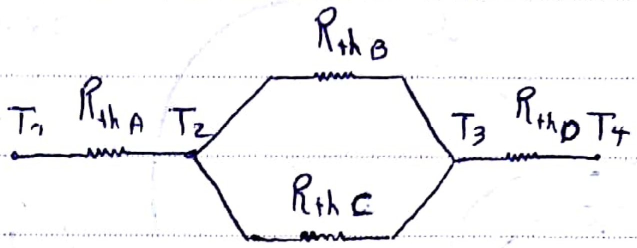
$K_D = 70$ "

$A' = 0.1 m^2$

$T_1 = 370^\circ C$

$T_4 = 66^\circ C$

حل: ابتدا شکل را معادل سازی می‌کنیم:



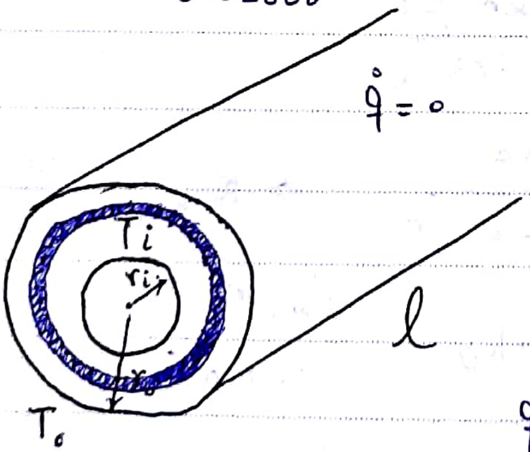

$$R_{th_A} = \frac{2.5 \times 10^{-2}}{150 \times 0.1} \qquad R_{th_C} = \frac{7.5 \times 10^{-2}}{50 \times 0.1 \times \frac{1}{2}}$$

$$R_{th_B} = \frac{7.5 \times 10^{-2}}{30 \times 0.1 \times \frac{1}{2}} \qquad R_{th_D} = \frac{5 \times 10^{-2}}{70 \times 0.1}$$

$$(R_{th})_{equal} = R_{th_A} + \frac{R_{th_A} \cdot R_{th_B}}{R_{th_A} + R_{th_B}} + R_{th_D} = 0.02606 \ \frac{{}^\circ C}{w}$$

$$\Rightarrow q = \frac{370 - 66}{0.02606} = 11.66 \ Kw$$

انتقال حرارت هدایتی پایا در دستگاه استوانه‌ای: $\dot{q} = 0$

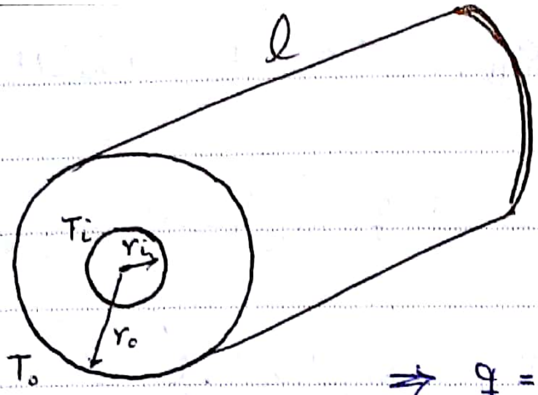



$$\frac{dq_r}{dr} = 0 \Rightarrow q_r = cte \Rightarrow q_r = q$$

$$q = -KA \frac{dT}{dr} \qquad A = 2\pi r l$$

$$\Rightarrow q = -K(2\pi r l)\frac{dT}{dr} \rightarrow \begin{cases} r = r_i & T = T_i \\ r = r_o & T = T_o \end{cases}$$

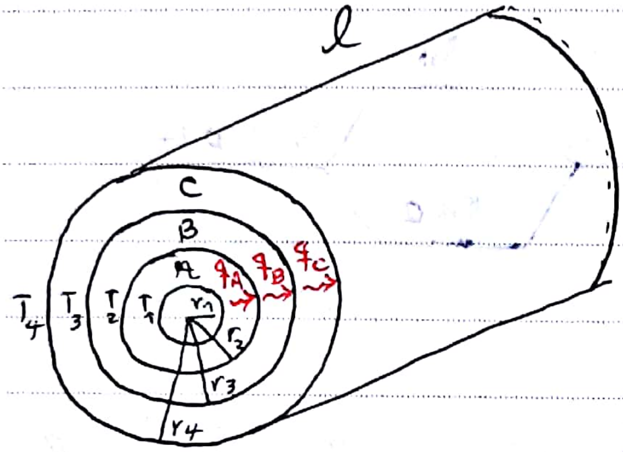
$$\Rightarrow \boxed{q = \frac{2\pi K l (T_i - T_o)}{\ln(r_o / r_i)}}$$




$$T_i > T_o \Rightarrow q = \frac{(T_i - T_o)\,2\pi K l}{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}$$

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R}$$

$$\Rightarrow q = \frac{T_i - T_o}{\frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi K l}} \Rightarrow R_{th} = \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi K l}$$




$$q_A = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi K_A l}}$$

$$q_B = \frac{T_2 - T_3}{\frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi K_B l}}$$

$$q_C = \frac{T_3 - T_4}{\frac{\ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)}{2\pi K_C l}}$$

چون پایاست $\Rightarrow q_A = q_B = q_C = q$

$$\Rightarrow q = \frac{T_1 - T_4}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi K_A l} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi K_B l} + \frac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi K_C l}}$$

برای لایه A : $q = \frac{T_1 - T_2}{R_{th_A}}$ $\quad T_1 \xrightarrow{R_{th_A}} T_2$ $\Rightarrow R_{th_A} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi K_A l}$

برای لایه B : $q = \frac{T_2 - T_3}{R_{th_B}} \Rightarrow R_{th_B} = \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi K_B l}$

برای لایه C : $q = \frac{T_3 - T_4}{R_{th_C}} \Rightarrow R_{th_C} = \frac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi K_C l}$

$$q = \frac{T_1 - T_4}{(R_{th})_l}$$

$T_1 \xrightarrow{R_{th_A}} T_2 \xrightarrow{R_{th_B}} T_3 \xrightarrow{R_{th_C}} T_4$

$\xrightarrow{\quad q \quad}$