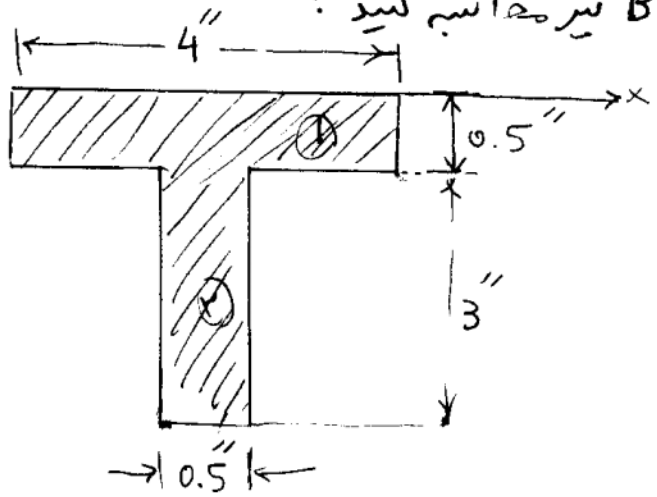
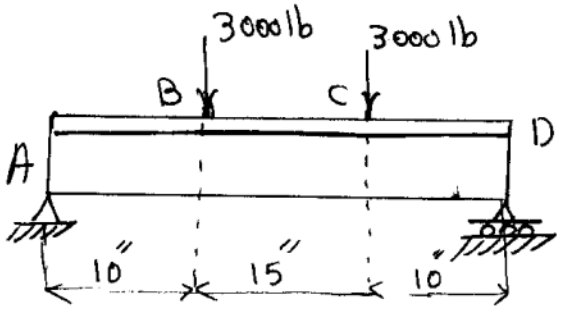
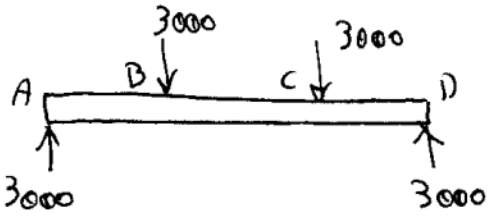
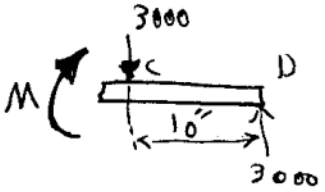
مثال) چنانچه نیروی عمودی به تیری با مقطع نشان داده شده وارد می شوند تنش کششی و فشاری ماکزیمم را در قسمت BC تیر محاسبه کنید:





حل): ابتدا لنگر M را محاسبه می کنیم.

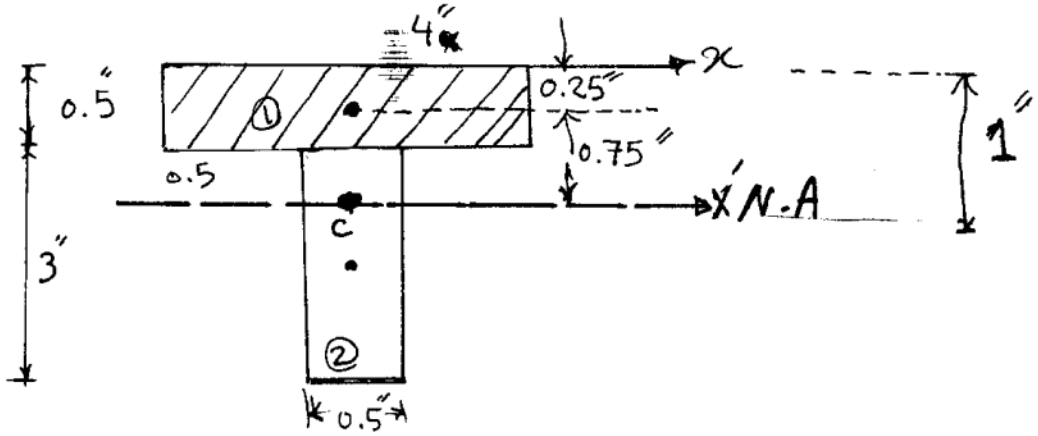




$$M = (3\ kips)(10'') = 30\ kip.in$$

سپس موقعیت $\bar{Y}$ مرکز ثقل شکل را محاسبه می کنیم:

$$\rightarrow \bar{Y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{(0.5\times4)(0.25)+(0.5\times3)(2)}{(0.5\times4)+(0.5\times3)} = 1\ in$$



$$I'_x = \sum\left(\frac{1}{12}bh^3 + Ad^2\right) = I_1 + I_2$$

$$I'_x = \frac{1}{12}(4)(0.5)^3 + (0.5\times 4)(0.75)^2 + \frac{1}{12}(0.5)(3)^3 + (0.5\times 3)(1)^2$$

$$\boxed{I'_x = 3.792 \ in^4}$$

ممان اینرسی نسبت به مرکز ثقل :

در لبه پایینی تنش کششی ماکزیمم برابر است با :

$$C = 2.5''$$

$$\sigma = \frac{MC}{I'_x} = \frac{30 \ (kip.in) * 2.5 \ in}{3.792 \ in^4} \Rightarrow \boxed{\sigma = +19.78 \ ksi}$$

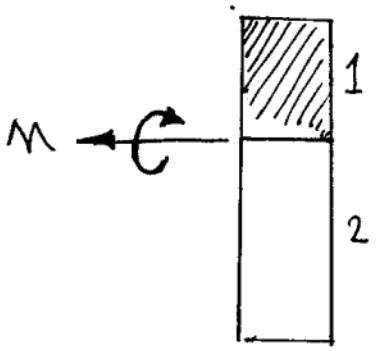
در لبه بالایی تنش فشاری ماکزیمم رخ میدهد :

$$C = 1''$$

$$\sigma = \frac{MC}{I} = \frac{30 * 1}{3.792} \Rightarrow \boxed{\sigma = -7.91 \ ksi}$$

4-5) خمش عضوهایی که از چند نوع ماده ساخته شده اند:

روابط ارائه شده در بخش های قبل با این فرض که ماده مورد نظر همگن و دارای مدول الاستیسیته مشخص E باشد، بدست آمده اند. اگر عضوی که تحت خمش محض قرار گرفته است از دو یا چند ماده با مدولهای الاستیسیته متفاوت ساخته شده باشد. می بایستی در روش محاسبه تنش های بوجود آمده در آن تجدید نظر به عمل آورد. برای مثال در شکل (4-13) مقطع یک تیر مرکب که شامل دو قسمت ساخته شده از مواد مختلف است را در نظر می گیریم. تغییر شکل این تیر مرکب بگونه ای است که در بخش های قبل توضیح دادیم، زیرا اولاً در سرتاسر تیر تغارت در مقطع آن مشاهده نمی شود و ثانیاً در بخش (4-3) در خصوص رابطهٔ بین تنش و کرنش ماده یا مواد تشکیل دهنده عضو هیچگونه فرضیه ویژه ای را در نظر نگرفتیم. بنابراین رابطهٔ بین کرنش عمودی ε_x و فاصلهٔ y از محور خنثی مقطع همچنان خطی بوده و فرمول (4.8) صادق می باشد.



(شکل 4-13)

$$\varepsilon_x = -\frac{y}{\rho} \qquad (4.8)$$

در این حالت محور خنثی نمی‌تواند از مرکز مقطع عضو مرکب عبور کند و مسئله اصلی در تجزیه و تحلیل کنونی ما این است که موقعیت محور مزبور را تعیین نماییم. چون مدول‌های الاستیسته دو ماده مفروض یعنی E_1 و E_2 باهم تفاوت دارند. لذا روابط بدست آمده برای تنش عمودی در هریک از مواد نیز متفاوت خواهد بود. بنابراین می‌توان نوشت

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_x = -\frac{E_1 y}{\rho} \qquad (4.21)$$

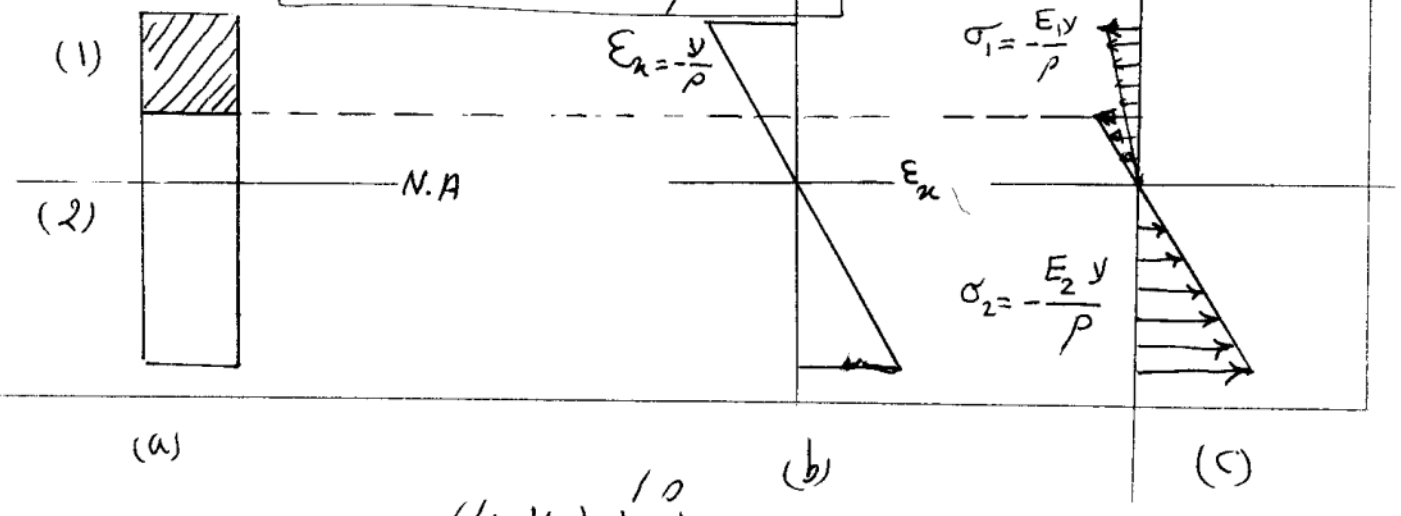
$$\sigma_2 = E_2 \varepsilon_x = -\frac{E_2 y}{\rho}$$

اکنون نمودار تنش نسبت به تقریب را که شامل دو پاره خط مستقیم است رسم می‌نماییم. شکل (4-14a)، از معادله (4.21) نتیجه می‌گیریم که نیروی کوچک dF_1 که برابر است مساحت dA از بخش نواری سطح مقطع اعمال می‌شود را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد.

$$dF_1 = \sigma_1 dA = -\frac{E_1 y}{\rho} dA \qquad (4.22)$$

همچنین نیروی کوچک dF_2 که برابر است مساحت dA از بخش تحتانی سطح مقطع وارد می‌شود عبارت است از:

$$dF_2 = \sigma_2 dA = -\frac{E_2 y}{\rho} dA \qquad (4.23)$$



شکل (4-14)