



۶ صنعتی شریف / پایان ترم دوم ۹۷-۱۳۹۶

مقدار ماکزیمم $\oint_C F \cdot dr$ برای $F = xy^2 i + (3z - xy^2) j + (4y - x^2 y) k$ به ازای کدام منحنی بسته ساده C در صفحه $x + y + z = 1$ که از بالا روی محور Z خلاف عقربه‌های ساعت جهت‌دار است به دست می‌آید؟

۷ صنعتی امیرکبیر / پایان ترم دوم ۹۷-۱۳۹۶

مطلوب است محاسبه انتگرال دوگانه $\iint_R (x + y) dA$ که در آن R ناحیه واقع در ربع اول درون قرص $x^2 + y^2 \leq a^2$ و زیر خط $y = \sqrt{3}x$ است.

۸ صنعتی امیرکبیر / پایان ترم دوم ۹۷-۱۳۹۶

مقدار انتگرال سه‌گانه $\iiint_D y dV$ را بیابید که در آن D ناحیه درون رویه $r = z(2 + \cos\theta)$ و محدود به صفحات $Z = 2$ و $Z = 0$ است.

۹ صنعتی امیرکبیر / پایان ترم دوم ۹۷-۱۳۹۶

فرض کنید C خم بسته ساده پادساعتگرد در صفحه xy باشد که ناحیه‌ای مانند R را احاطه کرده است و از مبدأ نمی‌گذرد. نشان دهید:

$$\oint_C -\frac{y}{x^2 + y^2} dx + \frac{x}{x^2 + y^2} dy = \begin{cases} 0 & \text{اگر مبدأ بیرون } R \text{ باشد} \\ 2\pi & \text{اگر مبدأ درون } R \text{ باشد} \end{cases}$$

ب) اگر $F = (y + z \cos(xz), x, x \cos(xz))$ باشد، مقدار انتگرال $\oint_C F \cdot dr$ را محاسبه کنید که در آن C خم پارامتری روبه‌رو است:

$$\gamma(t) = (e^{\cos(\pi t)}, (1 - 2t)e^{\cos(\pi t) + \sin(\pi t)}, \cos(\pi t)), 0 \leq t \leq 1$$

۱۰ صنعتی امیرکبیر / پایان ترم دوم ۹۷-۱۳۹۶

www.Amad-Group.ir

فرض کنید $F = (x^2 + y^2 + z^2, e^{x^2 + y^2}, 3 + x)$. اگر $a > 0$ و S آن قسمت از رویه کره $x^2 + y^2 + z^2 = 2az + 3a^2$ به خارج کره شامل S باشد، شار میدان برداری F را که از S در جهت N می‌گذرد حساب کنید.

۱۱ صنعتی امیرکبیر / پایان ترم دوم ۹۷-۱۳۹۶

الف) با استفاده از قضیه استوکس نشان دهید:

$$\oint_C y dx + z dy + x dz = \sqrt{3} \pi a^2$$

که در آن C اشتراک رویه‌های $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ و $x + y + z = 0$ با جهت‌دهی مناسب است.

ب) اگر $W = \{(2a + b, 3b, a - b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ باشد، نشان دهید W زیرفضای برداری \mathbb{R}^3 است.