که این نسبت ثابت می‌باشد بنابراین نسبت فوق نیز مقداری ثابت داشته و بنابراین مقیاس نسبتی x را با تابع $y = ax$ ($a > 0$) می‌توان به مقیاس نسبتی y تبدیل نمود. □

۵. اعداد زیر را تا دو رقم اعشار یا تا سه رقم اعشار سر راست کنید.

۲/۴۷۱۵ ۲/۹۴۵۳ ۲/۷۳۵۱ ۲/۵۱۴۰

حل:

سه رقم اعشار	دو رقم اعشار	
۲/۴۷۱	۲/۴۷	۲/۴۷۱۵
۲/۹۴۵	۲/۹۵	۲/۹۴۵۳
۲/۷۳۵	۲/۷۳	۲/۷۳۵۱
۲/۵۱۴	۲/۵۱	۲/۵۱۴۰

□

۶. اعداد ۱۹۷۲۶ و ۱۴۵۹۸ و ۱۱۷۲۳ را تا نزدیکترین ده واحد سر راست کنید؟

حل:

اگر عدد ۱۹۷۲۶ را تا نزدیکترین ده واحد سر راست کنیم عدد ۱۹۷۰۰ را خواهیم داشت.

اگر عدد ۱۴۵۹۸ را تا نزدیکترین ده واحد سرراست کنیم عدد ۱۴۶۰۰ را خواهیم داشت.

اگر عدد ۱۱۷۲۳ را تا نزدیکترین ده واحد سرارست کنیم عدد ۱۱۷۰۰ را خواهیم داشت. □

۷. با یکی از توابع زیر مقیاس x را به y تبدیل می‌کنیم. کدام نوع مقیاس تغییر نمی‌کند؟

$$y = 10x \quad y = 2x + 3 \quad y = x^2 + 1 \quad y = \log x$$

حل:

$y = 10x$: هیچ یک از مقیاس‌ها تغییر نخواهد کرد.

$y = 2x + 3$: فقط مقیاس نسبتی تغییر خواهد کرد.

$y = x^2 + 1$: مقیاس‌های اسمی، فاصله‌ای، نسبتی تغییر خواهند کرد.

$y = \log x$: مقیاس‌های اسمی، فاصله‌ای و ترتیبی تغییر نخواهند کرد. □

۸. مقیاس ریشتر (به نام چارلز ریشتر زلزله‌شناس آمریکایی متولد ۱۹۰۰ میلادی) عبارت است از لگاریتم دهدهی ماکزیمم دامنه نوسان ثبت شده روی ماشین نوار زلزله‌سنج برحسب میکرون. مقیاس ریشتر چه نوع مقیاسی است؟

حل:

با توجه به اینکه اگر $\frac{x_1}{x_2}$ ثابت باشد $\frac{y_1}{y_2} = \frac{\log x_1}{\log x_2}$ نمی‌تواند آن مقدار را ایجاد کند

بنابراین این مقیاس نسبتی نخواهد بود اما با توجه به اینکه این تابع صعودی و یک به یک است می‌تواند مقیاس ترتیبی و فاصله‌ای باشد. □

تمرین بخش سه

۱. تعداد قرص‌های آسپیرین که در ۵۰ خانواده، در عرض ماه مصرف می‌شوند عبارتند از:

۳	۸	۲	۳	۵	۴	۱۱	۳	۹	۷
۴	۷	۹	۸	۶	۱۱	۴	۱	۲	۳
۷	۲	۴	۳	۲	۵	۴	۹	۱۱	۵
۱۱	۹	۴	۳	۲	۲	۹	۴	۵	۳
۸	۹	۵	۴	۶	۲	۲	۳	۱۱	۸

چه نوع داده‌هایی داریم؟ یک جدول فراوانی کامل برای این داده‌ها پیدا کنید. چند درصد خانواده‌ها بیش از ۵ قرص در ماه مصرف می‌کنند؟

حل:

x_i	f_i	r_i	g_i	s_i
۱	۱	۰/۰۲	۱	۰/۰۲
۲	۸	۰/۱۶	۹	۰/۱۸
۳	۸	۰/۱۶	۱۷	۰/۳۴
۴	۸	۰/۱۶	۲۵	۰/۵
۵	۵	۰/۱	۳۰	۰/۶
۶	۲	۰/۰۴	۳۲	۰/۶۴
۷	۳	۰/۰۶	۳۵	۰/۷
۸	۴	۰/۰۸	۳۹	۰/۷۸
۹	۶	۰/۱۲	۴۵	۰/۹
۱۰	۰	۰	۴۵	۰/۹
۱۱	۵	۰/۱	۵۰	۱
	۵۰	۱/۰۰		

داده‌ها از نوع گسسته یا جدا می‌باشند و با توجه به اینکه فراوانی خانواده‌هایی که بیش از ۵ قرص در ماه مصرف می‌کنند ۲۰ می‌باشد داریم:

$$r_i = \frac{f_i}{n} = \frac{۲۰}{۵۰} = ۰/۴ \times ۱۰۰ = ۴۰٪$$

بنابراین ۴۰ درصد از خانواده‌ها بیش از ۵ قرص مصرف می‌کنند.

□

۲. در آزمونی یک پرسشنامه ۲۰ پرسشی، برای اندازه‌گیری استعداد ریاضی، به ۴۰ نفر از دانش‌آموزان کلاس پنجم ابتدایی یکی از دبستان‌ها داده‌اند. نمره‌های این آزمون عبارتند از:

۱۳	۱۴	۱۱	۸	۷	۱۰	۱۳	۱۲	۱۲	۱۴
۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۰	۱۰	۹	۱۳	۱۴
۱۴	۱۲	۱۳	۱۳	۱۲	۱۲	۹	۱۴	۱۷	۱۲
۹	۱۰	۱۲	۱۱	۱۱	۱۲	۱۵	۱۵	۷	۹

داده‌ها از چه مقیاسی به دست آمده‌اند؟ یک جدول فراوانی کامل برای داده‌ها پیدا کنید. چند درصد دانش‌آموزان نمره‌های کمتر از ۱۲ دارند؟

حل:

x_i	f_i	r_i	g_i	s_i
۷	۲	۰/۰۵	۲	۰/۰۵
۸	۱	۰/۰۲۵	۳	۰/۰۷۵
۹	۴	۰/۱	۷	۰/۱۷۵
۱۰	۵	۰/۱۲۵	۱۲	۰/۳
۱۱	۴	۰/۱	۱۶	۰/۴
۱۲	۹	۰/۲۲۵	۲۵	۰/۶۲۵
۱۳	۶	۰/۱۵	۳۱	۰/۷۷۵
۱۴	۶	۰/۱۵	۳۷	۰/۹۲۵
۱۵	۲	۰/۰۵	۳۹	۰/۹۷۵
۱۷	۱	۰/۰۲۵	۴۰	۱
	۴۰	۱/۰۰		

از آنجاییکه فراوانی دانش‌آموزانی که نمره پایین‌تر از ۱۲ دارند برابر است با ۱۶، داریم.

$$r_i = \frac{f_i}{n} = \frac{۱۶}{۴۰} = ۰/۴ \times ۱۰۰ = ۴۰٪$$

بنابراین ۴۰ درصد دانش‌آموزان نمرهٔ پایین‌تر از ۱۲ دارند. لازم به ذکر است که اگر در صورت مسأله قید می‌شد که چند درصد از دانش‌آموزان نمرهٔ کمتر از ۱۳ دارند آن گاه ٪۶/۲۵ = ۱۰۰ × ۰/۰۶۲۵ و ۶/۲۵ درصد از دانش‌آموزان نمرهٔ کمتر از ۱۳ داشتند.

□

۳. وزن‌های ۴۰ بسته پسته تا نزدیکترین کیلو عبارتند از:

۱۳۸	۱۶۴	۱۵۰	۱۳۲	۱۴۴	۱۲۵	۱۴۹	۱۵۷	۱۴۶	۱۵۸
۱۴۰	۱۴۷	۱۳۶	۱۴۸	۱۵۲	۱۴۴	۱۶۸	۱۲۶	۱۳۸	۱۷۶
۱۶۳	۱۱۹	۱۵۴	۱۶۵	۱۴۶	۱۷۳	۱۴۲	۱۴۷	۱۳۵	۱۵۳
۱۴۰	۱۳۵	۱۶۱	۱۳۵	۱۴۵	۱۴۲	۱۵۰	۱۵۶	۱۴۵	۱۲۸

چه نوع داده‌هایی داریم؟ یک جدول فراوانی کامل با ۸ رده به طول‌های مساوی پیدا کنید.

حل:

داده‌ها از نوع پیوسته می‌باشند.

رده	x_i	f_i	r_i	g_i	s_i
۱۱۸/۵−۱۲۵/۷	۱۲۲/۱	۲	۰/۰۵	۲	۰/۰۵
۱۲۵/۷−۱۳۲/۹	۱۲۹/۳	۳	۰/۰۷۵	۵	۰/۱۲۵
۱۳۲/۹−۱۴۰/۱	۱۳۶/۵	۸	۰/۲	۱۳	۰/۳۲۵
۱۴۰/۱−۱۴۷/۳	۱۴۳/۷	۱۰	۰/۲۵	۲۳	۰/۵۷۵
۱۴۷/۳−۱۵۴/۵	۱۵۰/۹	۷	۰/۱۷۵	۳۰	۰/۷۵
۱۵۴/۵−۱۶۱/۷	۱۵۸/۱	۴	۰/۱	۳۴	۰/۸۵
۱۶۱/۷−۱۶۸/۹	۱۶۵/۱۵	۴	۰/۱	۳۸	۰/۹۵
۱۶۸/۹−۱۷۶/۱	۱۷۲/۵	۲	۰/۰۵	۴۰	۱
		۴۰	۱/۰۰		

طبق جدول و داده‌ها، عدد ۱۱۸/۵ را مرز پایین ردهٔ اول و عدد ۱۷۶/۱ را مرز بالای ردهٔ آخر می‌نامند و تعداد دسته‌ها ۸ عدد با طول ۷/۲ می‌باشند.

□

۴. میزان هموگلوبین خون در ۵۰ بیمار سرطانی برحسب گرم در ۱۰۰ میلی‌لیتر عبارتند از:

۱۲/۷	۱۴/۲	۱۴/۶	۱۳/۸	۱۱/۹	۱۱/۵	۱۴/۲	۱۳/۷	۱۴/۸	۱۳/۶
۱۵/۰	۱۳/۵	۱۵/۲	۱۵/۳	۱۲/۴	۱۲/۷	۱۴/۸	۱۱/۹	۱۱/۵	۱۳/۴
۱۵/۰	۱۳/۵	۱۴/۰	۱۵/۵	۱۳/۲	۱۰/۰	۱۱/۷	۱۳/۸	۱۲/۰	۱۲/۴
۱۴/۸	۱۴/۰	۱۰/۹	۱۵/۷	۱۲/۷	۱۳/۵	۱۵/۱	۱۳/۷	۱۲/۹	۱۲/۷
۱۶/۲	۱۳/۲	۱۳/۷	۱۱/۱	۱۱/۴	۱۲/۰	۱۱/۹	۱۲/۷	۱۳/۸	۱۴/۰

با تشکیل ۷ رده به طول ۰/۹، جدول فراوانی کامل را تشکیل دهید.

حل:

s_i	g_i	r_i	f_i	x_i	رده
۰/۰۴	۲	۰/۰۴	۲	۱۰/۴۵	۱۰/۰−۱۰/۹
۰/۱۴	۷	۰/۱	۵	۱۱/۳۴	۱۰/۹−۱۱/۸
۰/۳۸	۱۹	۰/۲۴	۱۲	۱۲/۲۵	۱۱/۸−۱۲/۷
۰/۵۴	۲۷	۰/۱۶	۸	۱۳/۱۵	۱۲/۷−۱۳/۶
۰/۷۶	۳۸	۰/۲۲	۱۱	۱۴/۰۵	۱۳/۶−۱۴/۵
۰/۹۴	۴۷	۰/۱۸	۹	۱۴/۹۵	۱۴/۵−۱۵/۴
۱	۵۰	۰/۰۶	۳	۱۵/۸۵	۱۵/۴−۱۶/۳
		۱/۰۰	۵۰		

□

تمرین بخش چهار

۱.برای داده‌های نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 چند درصد از داده‌ها بیش از $\mu + 2\sigma$ می‌باشد؟ چند درصد کمتر از $\mu - \sigma$ می‌باشد؟

حل:

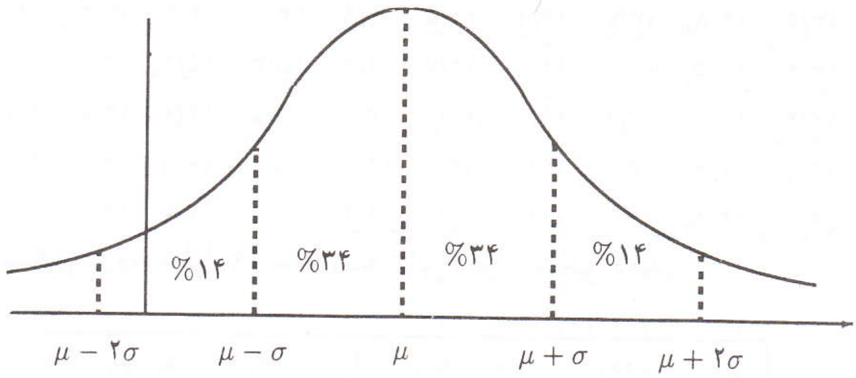
با توجه به منحنی نرمال رسم شده و خاصیت منحنی نرمال که تقارن نسبت به خط $x = \mu$ می‌باشد درصد داده‌ها در دو طرف این خط ٪۵۰ می‌باشد برای داده‌های بیشتر از $\mu + 2\sigma$ داریم:

$$\%34 + \%14 = \%48 \Rightarrow \%50 - \%48 = \%2$$

بنابراین ٪۲ از داده‌ها بیش از $\mu + 2\sigma$ می‌باشند برای داده‌های کمتر از $\mu - \sigma$ نیز به روش فوق داریم:

$$\%50 - \%34 = \%16$$

بنابراین ٪۱۶ از داده‌ها کمتر از $\mu - \sigma$ می‌باشند.



□

۲. مختصات نقطه ماکزیمم منحنی نرمال را از روی معادله مختصاتی آن بدون استفاده از مشتق و با استفاده از آن بیابید؟

حل:

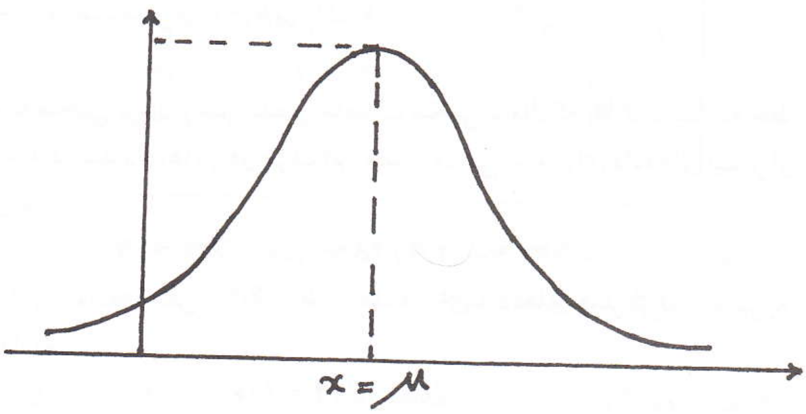
۱) بدون استفاده از مشتق:

با توجه به منحنی نرمال و تقارن آن نسبت به خط $x = \mu$ این منحنی ماکزیمم خود را در نقطه‌ای به طول μ بدست می‌آورد با توجه به معامله مختصاتی آن داریم:

$$y(\mu) = \frac{۱}{\sqrt{۲\pi\sigma^۲}} e^{-\frac{۱}{۲\sigma^۲}(\mu-\mu)^۲} = \frac{۱}{\sqrt{۲\pi\sigma^۲}}$$

بنابراین:

$$(x_{max}, y_{max}) = (\mu, \frac{۱}{\sqrt{۲\pi\sigma^۲}})$$



۲) با استفاده از مشتق: