



$$I = \int_0^1 x(1-x)^n dx = \int_0^1 (1-x)x^n dx \Rightarrow I = \int_0^1 (x^n - x^{n+1}) dx = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$$

- مسامت بین منحنیها

سطح محصور بین منحنی $y=f(x)$ و $y=g(x)$ در بازه $[a,b]$ از رابطه زیر تعیین می شود:

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

نتیجه: سطح محصور بین منحنی $y=f(x)$ و محور ox در بازه $[a,b]$ $s = \int_a^b |f(x)| dx$

$$s = \int_c^d x dy = \int_c^d f^{-1}(y) dy \quad : c \leq y \leq d$$

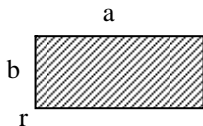
مثال: سطح محصور به منحنی $y=Ln x$ و محور y ها وقتی $0 \leq y \leq 1$ را حساب کنید.



$$s = \int_0^1 e^y dy = e - 1$$

- قضیه تخمین انتگرال معین: اگر در هر نقطه x از بازه $[a,b]$ و $\psi(x) \leq f(x) \leq \phi(x)$ در نتیجه:

$$\int_a^b \psi(x) dx \leq \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b \phi(x) dx \quad a < b$$



مماسبه حجم حاصل از دوران:

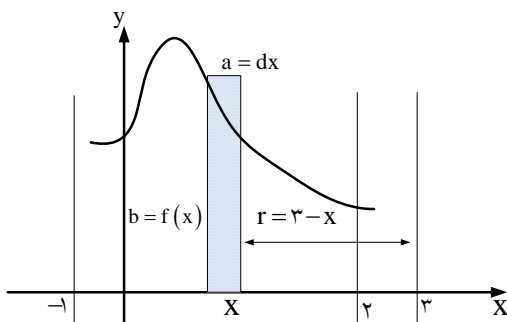
حجم حاصل از دوران مستطیل b,a حول خط به فاصله r :

$$V = \pi a(b+r)^2 - \pi ar^2 = \pi ab(b+2r)$$



مثال: مطلوبست جزء حجم حادث از دوران سطح منحنی

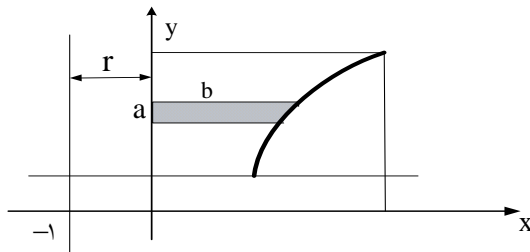
$f(x)^+$ با محور ox بین خطوط $x=2, x=-1$ حول خط $x=3$.



$$dv = \pi dx f(x)(f(x) + 2(3-x)) = \pi f(x)(f(x) - 2x + 6) dx$$



مثال: جزء حجم حاصل از دوران منحنی $f(x)=Ln x+x$ و محور oy بین خطوط $y=1, y=e+1$ حول خط $x=-1$ را تعیین کنید.



$$a = dy, \quad b = x, \quad r = 1$$

$$dV = \pi x dy (x+2) = \pi \left(1 + \frac{1}{x}\right) (x+2) x dx$$

$$V = \int_1^e \pi (x+1)(x+2) dx$$

با استفاده از روش فوق می توان اثبات کرد حجم حادث از دوران سطح محصور بین دو منحنی f, g در بازه $[a,b]$ حول خط $x=c$ برابر است

$$V = \int_a^b 2\pi |x-c| |f(x) - g(x)| dx$$

با:

قضیه: حجم حادث از دوران سطح بسته به مساحت s حول خطی که فاصله مرکز ثقل سطح از آن d باشد برابر است با $V = 2\pi s d$