

آن رشته است. زیرا اعداد بدون بعد زیادی وجود دارند که یقیناً درست و مفید بوده ولیکن خارج از بحث مورد نظر مثلاً توربوماشین می باشند.

خلاصه مزایای روش تحلیل ابعادی :

۱. نقش عمده ای در بررسی مسائل توربو ماشین ها دارد.
۲. به سادگی نتایج بسیار مفید در طراحی، انتخاب و بررسی رفتار کلی توربو ماشین ها را در اختیار قرار می دهد.
۳. پارامترهای مهم را که ارتباط متغیرهای مختلف را تعیین می کنند، مشخص می کند.
۴. با دانستن رفتار یک توربوماشین خاص، رفتار توربوماشین های مشابه آن به این روش قابل تعیین است.
۵. با استفاده از مشخصات داده شده می توان ، توربوماشین را با بالاترین بازده انتخاب کرد.
۶. می توان رابطه ای که بین متغیرهای فیزیکی (سرعت، فشار، ابعاد و خواص سیال) وجود دارد را پیدا کرده و به شکل عدد بدون بعد نمایش داد.

ضمناً برای کاملتر بودن بحث تحلیل ابعادی ، مفاهیم تئوری π باکینگهام، روش تحلیل ابعادی در بررسی مسائل و موضوع تشابه را به اختصار توضیح می دهیم.

(۲) تئوری π باکینگهام :

این تئوری اساس تحلیل ابعادی می باشد و نقش آن کاهش تعداد متغیرهای یک رابطه ریاضی (بین تعدادی متغیر فیزیکی) به رابطه ای با متغیرهای کمتر، که این متغیرها همان اعداد بدون بعد می باشند و با علامت π نشان داده می شوند.

روش پیدا کردن رابطه های وابسته و حذف آنها :

اگر n تعداد متغیرهای رابطه و k تعداد دیمانسیون مستقل موجود و m تعداد متغیرهای مستقل بدون بعد باشد رابطه زیر بین آنها برقرار است:

$$m = n - k$$

با کمی دقت می توان دریافت که روابط اضافی که باعث اشتباه و تکرار بی مورد در بررسی رفتار یک توربوماشین می شوند اصلاح شده و به رابطه های اصلی برای تحلیل و بررسی رفتار توربوماشین می رسیم. بجای n بار آزمایش m مرتبه آزمایش لازم است یعنی k مرتبه کمتر. لذا می توان نوشت:

$$Q_1 = f(Q_2, Q_3, \dots, Q_n)$$

$$\pi_1 = q(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_m)$$

با استفاده از تئوری π :

$$m < n$$

روش تحلیل بعدی در بررسی مسائل :

هر مسأله در سه مرحله زیر تحلیل بعدی می شود:

مرحله ۱) تعیین متغیرهای مؤثر مسأله (n): این متغیرها پارامترهایی هستند که با تغییر آنها رفتار سیستم نیز تغییر می کند این مرحله مهمترین مرحله تحلیل ابعادی بوده زیرا با انتخاب اشتباه چه از لحاظ نوع پارامترهای مؤثر و چه از لحاظ تعداد پارامترها، مسأله ناصحیح خواهد شد و بررسی ها پیچیده می شود. انتخاب این متغیرها نیاز به تجربه و دیدگاه مهندسی دارد.

مرحله ۲) تعیین پارامترهای بدون بعد مستقل (m): برای این کار روند زیر را پی می گیریم :

الف) قرارداد کردن دیمانسیون یا کمیات مستقل (البته قراردادهایی در این مورد وجود دارد که قرارداد اصلی به این صورت است که دیمانسیون های جرم، طول، زمان، شدت جریان الکتریکی و درجه حرارت را به عنوان دیمانسیون مستقل در نظر می گیرند، قراردادهای دیگر اینکه گاهی دیمانسیون نیرو مستقل و دیمانسیون جرم وابسته باشد. دیگری دیمانسیون قدرت یا توان را مستقل و دیمانسیون زمان وابسته باشد. به این ترتیب با استفاده از قرارداد دیمانسیون تعداد دیمانسیون مستقل (k) تعیین می شود.

ب) باید به تعداد دیمانسیون های مستقل (k) با متغیر مستقل از بین n متغیر مؤثر مسأله طوری انتخاب کنیم که دیمانسیون آنها شامل کلیه دیمانسیون های مستقل باشد.

ج) با تعیین (k) و (n) اعداد بدون بعد یا پارامترهای مستقل جدید (m) را تعیین می کنیم.

حاصلضرب توانهایی مشخص از k متغیر مستقل انتخاب شده و یک متغیر از بین m متغیر مؤثر باقی مانده را برابر واحد قرار می دهیم و با جمع کردن توانهای دیمانسیون های یکسان مستقل و حل آن توانهای نا مشخص، معلوم میشوند. بدین ترتیب عدد بدون بعد متغیر مؤثر انتخاب شده بدست می آید. با تکرار این عملیات برای سایر متغیرهای مؤثر دیگر عددهای بدون بعد متغیرهای مؤثر مسأله بدست می آیند.

مرحله ۳) بین متغیرهای مؤثر مسأله اغلب رابطه ای اضافی خواهد بود که باید حذف شود. این رابطه به شکلی دیگر بین اعداد بدون بعد ظاهر می شود که عموماً از طریق تجربه و آزمایش حاصل می شود.

مثالی درباره روش بدست آوردن اعداد بدون بعد :

برای مثال تحلیل ابعادی افت فشار جریان غیر قابل تراکم لزج در لوله مستقیم را بررسی ابعادی می کنیم.

مرحله اول:

متغیرهای شناخته شده مؤثر در این پدیده :

(۱) افت فشار ΔP ، (۲) سرعت متوسط V ، (۳) لزجت μ ، (۴) قطر داخلی لوله D ، (۵) طول لوله L ، (۶) دانسیته سیال ρ ، (۷) زبری لوله e

در نتیجه :

$$n = 7$$

مرحله دوم:

دیمانسیون های موجود در این متغیرها عبارتند از: جرم M ، طول L ، زمان T در نتیجه $K = 3$

لذا $m = n - k = 7 - 3 = 4$ تعداد متغیرهای مستقل، خواهد بود حال از بین متغیرهای مؤثر، دانسیته سیال ρ ، سرعت متوسط V ، لزجت μ و سه متغیر طول را برگزیده و با استفاده از توانهای مجهول رابطه آن را با ΔP بدست می آوریم.

$$[\Delta P] = [\rho]^a, [\mu]^b, [V]^c, [L]^d, [D]^f, [e]^g$$

ابعاد را جایگذاری می کنیم :

$$\left[\frac{M}{LT^2} \right] = \left[\frac{M}{L^3} \right]^a \left[\frac{M}{LT} \right]^b \left[\frac{L}{T} \right]^c [L]^d [L]^f [L]^g$$

توان هر بعد را بدست آورده تا مساوی صفر قرار دهیم:

$$M \Rightarrow 1 = a + b$$

$$L \Rightarrow -1 = -3a - b + c + d + f + g$$

$$\text{برای } T \Rightarrow -2 = -b - c$$

حال با فرض اینکه ΔP بر حسب متغیرهای دیگر بیان شود به شکل های زیر در می آید:

$$\Delta P = f(\rho, \mu, V, L, D, e)$$

کمیتی را که مایلیم در یک گروه بدون بعد حاضر شوند را با حذف توانهای مربوطه آنها برحسب کمیات دیگر بیان می کنیم.

ρ, V, D را به عنوان کمیتی تکراری انتخاب می کنیم.

معیار انتخاب غالباً به این صورت است که پارامتری از دینامیک سیال مثل سرعت V ، پارامتری از خصوصیت سیال مثل دانسیته ρ ، و پارامتری از بعد لوله مثل قطر D .

پس در فرمول بالا a, c, f را حذف و g, d, b را برحسب آنها بدست می آوریم.

$$a = 1 - b, \quad c = 2 - b, \quad f = -b - d - g$$

$$\Delta P = k (\rho^{1-b}) (\mu^b) (V^{2-b}) (L^d) (D^{-b-d-g}) (e^g)$$

کمیتی که به توان های برابر رسیده اند را در یک گروه آورده و حاصل را در مورد سایر جملات تعمیم می دهیم .

$$\frac{\Delta P}{\rho V^2} = k^1 \left[\frac{\mu}{\rho v d} \right]^{b1} \left[\frac{L}{D} \right]^{d1} \left[\frac{e}{D} \right]^{g1} + k^2 \left[\frac{\mu}{\rho v d} \right]^{b2} \left[\frac{L}{D} \right]^{d2} \left[\frac{e}{D} \right]^{g2} + \dots$$

با توجه به خصوصیت بسط سری فوق می توان معادله بالا را به شکل زیر نوشت:

$$\frac{\Delta P}{\rho V^2} = f \left[\left[\frac{\mu}{\rho v d} \right] \cdot \left[\frac{L}{D} \right] \cdot \left[\frac{e}{D} \right] \right]$$

که:

$$\text{عدد اولر} : E_{ul} = \frac{\Delta P}{\rho V^2}$$

$$\text{عکس عدد رینولدز} : Re = \left(\frac{\mu}{\rho v d} \right)$$

$$\text{نسبت طول به قطر لوله} : \frac{L}{D}$$

$$\frac{e}{D} : \text{نسبت زبری به قطر لوله}$$

که همه اعداد فوق بدون بعد هستند و می توان رابطه افت فشار در لوله را بر حسب آنها نوشت .

تشابه :

قانونی است که در تحلیل ابعادی وارد شده است و برای بررسی رفتار توربو ماشین استفاده می شود.

بیان تشابه:

رفتار فیزیکی دو سیستم در صورتی با هم یکسانند که پارامترهای بدون بعد آنها بدون توجه به مقدار تک تک متغیرهای مؤثر آنها با هم برابر باشند .

یکی از کاربردهای مهم قانون تشابه، برای بررسی و شناخت رفتار یک سیستم در اندازه ها و شرایطی است که انجام آزمایش مشکل و بدون صرفه اقتصادی است. با رعایت قانون تشابه از سیستمی در آزمایشات استفاده می کنیم که از نمونه اصلی کوچکتر بوده و مدل نام دارد. در این صورت با بوجود آوردن شرایط مشابه سیستم اصلی در آزمایشگاه و رعایت قوانین دیگری در این رابطه به شناسایی رفتار سیستم پردازیم .

منظور از این قوانین مثل قانون حرکت سیال و جسم نسبت به یکدیگر می باشند چه جسم در حال حرکت سیال ثابت و چه جسم ثابت سیال در حال حرکت باشد رفتار سیستم یکسان است .

برای ایجاد تشابه کامل سه شرط زیر باید رعایت شود :

(۱) تشابه هندسی: بدین معنی که نسبت اندازه های متناظر هر سیستم باید با یکدیگر برابر باشند و زوایا تغییر نکند.

(۲) تشابه سینماتیکی : یعنی نسبت سرعت های متناظر با هم برابر باشند .

(۳) تشابه دینامیکی: بدین معنی که نسبت نیروهای متناظر وارد بر دو سیستم یکسان باشند.

البته امکان ایجاد تشابه دقیقاً کامل وجود ندارد اما با استفاده از وسایل دقیق و تلورانسهای پائین بین دو سیستم اصلی و مدل و بکارگیری تجربه و قوانین آزمایشگاهی می توان به تشابه کامل نزدیکتر شد حتی در بعضی موارد با مرئی سازی جریان سیال در اطراف اجسام با روشهای مختلف از تشابه خطوط جریان سیال نیز در ایجاد شرایط تشابه کامل می توان استفاده نمود. به هر حال هرچه تشابه کاملتر باشد جوابهای بدست آمده دقیقترند. از طرفی متعدد بودن اعداد بدون بعد نیز در مشکلتر کردن ایجاد تشابه کامل مؤثرند.

دوپمپ را از یک تیپ گوییم هنگامی که از نظر هندسی مشابه باشند. یعنی تمام ابعاد خطی یکی از پمپ ها از ضرب عددثابتی (مقیاس) در ابعاد متناظر پمپ دیگر بدست می آید. مثلاً زوایای ورود و خروج سیال در هر دو پمپ مساوی هستند. کلیه پمپ هایی که تشابه هندسی دارند یک فامیل راتشکیل می دهند. دو پمپ از یک تیپ هنگامی تشابه کاری دارند که در تمام جفت نقاط متناظر مثلث های سرعتها مشابه باشند و یا بردارهای سرعت موازی بوده، دارای نسبت یکسان باشند مثلاً اگر دو نقطه در چرخ دو پمپ مشابه را در نظر بگیریم و اضلاع مثلث های سرعت مربوطه را به سرعت های محیطی آن ها تقسیم کنیم مثلث های حاصله برابر می شوند.

توربوماشین ها و تحلیل بعدی :

روند ارائه مطالب در این فصل به ترتیب زیر خواهد بود:

الف) کاربرد تحلیل ابعادی در توربوماشین ها با سیال غیر قابل تراکم

ب) بررسی رفتار توربوماشین با سیال غیر قابل تراکم

ج) انتخاب و تعیین ابعاد توربوماشین با سیال غیر قابل تراکم

د) کاربرد و آنالیز ابعادی در توربوماشین ها با سیال قابل تراکم

ه) بررسی رفتار توربوماشین با سیال قابل تراکم

و) تأثیر عدد رینولدز بر عملکرد توربوماشین ها.

الف) کاربرد تحلیل ابعادی در توربوماشین ها با سیال غیر قابل تراکم:

بررسی تئوریک جریان سیال به علت پیچیده بودن جریان سیال در داخل توربوماشین بسیار پیچیده است لذا از روش های تجربی در طراحی، بررسی رفتار و انتخاب استفاده می شود از طرفی به خاطر ویژگی آسان کنندگی، تحلیل ابعادی در این موارد از اولویت خاصی برخوردار می باشد.

برای این منظور پارامترهایی مؤثر در توربوماشین با سیال غیر قابل تراکم را با استفاده از تجربه و دید مهندسی می یابیم :

– دبی حجمی سیال : $Q(L^3 T^{-1})$

– هد توربوماشین مشخصه انرژی پتانسیل سیال یا (L) $H(L^2 T^{-2})$

- قدرت (توان) توربوماشین : $P(M L^2 T^{-3})$

- سرعت دورانی روتور : $N(T^{-1})$

- جرم مخصوص سیال : $\rho(M L^{-3})$

- ابعاد توربوماشین : $D(L)$

- لزجت (ویسکوزیته) سیال : $\mu(M L^{-1} T^{-1})$

$$e = -\rho \frac{dp}{d\rho} : \text{تراکم پذیری}$$

با استفاده از روش تحلیل ابعادی برای مسائل و تئوری π که قبل از این شرح داده شده $8-3=5$ عدد بدون بعد زیر بدست می آیند.

$$\pi_1 = \frac{Q}{ND^3} : \text{ضریب ظرفیت (یا دبی)}$$

$$\pi_2 = \frac{H}{N^2 D^2} : \text{ضریب هد}$$

$$\pi_3 = \frac{P}{\rho N^3 D^5} : \text{ضریب قدرت}$$

$$\pi_4 = \frac{\rho N D^2}{\mu} : \text{ضریب ویسکوزیته (عدد رینولدز)}$$

$$\pi_5 = \frac{e}{\rho N^2 D^2} = \frac{-\rho \frac{dp}{d\rho}}{\rho V^2} = -\frac{C^2}{V^2} = -\frac{1}{M^2} : \text{ضریب زبری}$$

به دلیل ρ ثابت و لزجت کم دو عدد بدون بعد π_4, π_5 معمولاً قابل چشم پوشی است.

در حقیقت ضریب قدرت (π_3) از حاصلضرب π_1, π_2 بدست می آید.

اینک با ضرایب و اعداد بدون بعد فوق و استفاده از تلفیق آنها دو عدد بدون بعد که پارامترهای مهمی در توربوماشین ها می باشند حاصل می شوند. ابتدا با حذف متغیر بعد (D) از دو پارامتر ضریب هد و دبی ، سرعت مخصوص $\Omega = \frac{NQ^{0.5}}{(gH)^{0.75}}$ بدست می آید.

و از حذف سرعت دورانی (N) از دو پارامتر بدون بعد هد و دبی ، قطر مخصوص (Δ) بدست می آید:

$$\Delta = D^2 \sqrt{\frac{H}{Q^2}}$$

هفت پارامتر بدون بعد فوق ارتباط بین متغیرهای مؤثر در رفتار توربوماشین را بیان می کنند. با توجه به شرایط تشابه در صورت وجود تشابه هندسی باید پارامترهای بدون بعد نمونه اصلی و مدل آزمایشی برابر هم باشد.

$$\frac{\text{سایر اندازه های نمونه اصلی}}{\text{سایر اندازه های مدل}} = \frac{D_a}{D_m} = Cte$$

برای ساده تر و ملموس تر شدن پارامترهای فوق از یک سری هم ارزی به شکل زیر استفاده می کنیم:

$$Q \sim VD^2 , U \sim ND \text{ (سرعت پره)} \Rightarrow \phi = \frac{V}{U} \quad \text{معرف ضریب شکل مثل سرعت}$$

$$H \sim \frac{\Delta P}{\rho} , U \sim ND \Rightarrow \psi = \frac{\Delta P}{\rho V^2} \quad \text{ضریب فشار (ضریب هد)}$$

$$P \sim \rho QH , U \sim ND \Rightarrow P = \psi \cdot \phi$$

اما به علت بالا بودن عدد رینولدز در توربوماشین ها و ثابت بودن ضریب اصطکاک در این محدوده و مستقل بودن رفتار توربوماشین از عدد رینولدز در محدوده کاری آن یا نداشتن ویسکوزیته می توان از عدد رینولدز در بررسی های اولیه صرف نظر نمود، اما در بند (و) شرح داده خواهد شد. در مورد سرعت مخصوص و اهمیت آن و فرق آن در پمپ ها و توربین ها در بند (ج) شرح داده می شود.

ضرایب بی بعد:

دو پمپ از یک تیپ راکه بطور مشابه کار می کنند در نظرمی گیریم برای تعیین ضرایب بی بعدی که برای دو پمپ یکسان است داریم :

ضرایب ارتفاع :

$$\frac{gH}{U_2^2} = cte \rightarrow \psi = \frac{gH}{U_2^2}$$

دو پمپ از یک تیپ که تشابه کاری داشته باشند دارای ضرایب ارتفاع یکسانی هستند.

ضریب دبی :

$$\frac{Q}{U_2 R_2^2} = cte \rightarrow \phi = \frac{Q}{U_2 R_2^2}$$

دو پمپ از یک تیپ که تشابه کاری داشته باشند دارای ضرایب دبی یکسانی خواهند بود.

ضریب قدرت:

$$\frac{P'}{\rho U_2^3 R_2^2} = cte \rightarrow \pi = \frac{P'}{\rho U_2^3 R_2^2}$$

که در رابطه فوق قدرت داخلی ماشین است.

$$\eta_i = \frac{\phi \cdot \psi}{\pi} = cte$$

بازده داخلی:

دو پمپ از یک تیپ که تشابه کاری داشته باشند دارای بازده داخلی یکسان خواهد بود.

درعین حال تأثیر زبری مبنی نیز در محدوده تغییراتی که عملاً وجود دارد چندان زیاد نیست. بدین لحاظ در عمل با صرف نظر کردن از تأثیر عدد رینولدز و زبری مبنی از قوانین تشابه فوق الذکر استفاده می کنند لذا همواره باید تقریبی بودن محاسبات و حدود تقریب آنها را در نظر گرفت.

تذکر: در کلیه مواردی که بابه حال ذکر شده است فرض بر این بود که سیال در یک فاز است و تغییر فاز می دهد. در صورت تغییر فاز سیال هندسه جریان کاملاً تغییر کرده و تشابه کاری به هم می خورد. وقوع پدیده کاویتاسیون که همراه با تبدیل ذرات مایع به حباب های بخار است یک نمونه محتمل از تغییر فاز بخصوص در سرعت های دورانی زیاد است که قوانین تشابه را بی اعتبار می کند.

ب) بررسی رفتار توربو ماشین با سیال غیر قابل تراکم با استفاده از اعداد بدون بعد :

روابط بند الف کلی بوده و برای ابعاد مختلف و انواع سیالات کاربرد دارد. برای یک توربو ماشین و سیال خاص ابعاد ماشین، دانسیته و ویسکوزیته ثابت است و ضرایب هد و دبی و قدرت به شکل زیر ارزیابی می شوند :